

# KỸ THUẬT SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO - VINACAL

## I. MỘT SỐ CHỨC NĂNG CHÍNH MÁY TÍNH CẦM TAY PHỤC VỤ KÌ THI THPT QUỐC GIA

### 1. Những quy ước mặc định

+ Các phím chữ **màu trắng** thì ấn **trực tiếp**.

+ Các phím chữ **màu vàng** thì ấn sau phím **SHIFT**.

+ Các phím chữ **màu đỏ** thì ấn sau phím **ALPHA**.



### 2. Bấm các kí tự biến số

Bấm phím **ALPHA** kết hợp với phím chứa các biến.

+ Để gán một số vào ô nhớ A gõ:

**SỐ CẦN GÁN** → **SHIFT** → **RCL (STO)** → **[A]**

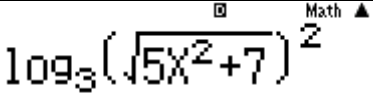
+ Để truy xuất số trong ô nhớ A gõ: **ALPHA** **[A]**

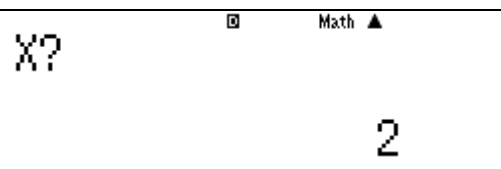
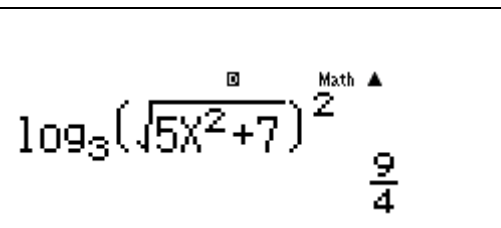
| Biến số A                                                                                                                                                               | Biến số B                                                                                                                                                               | Biến số C                                                                                                                                                               | ..... | Biến số M                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |   |   | ..... |   |

### 3. Công cụ CALC để thay số

Phím CALC có tác dụng thay số vào một biểu thức.

**Ví dụ:** Tính giá trị của biểu thức  $\log_3^2 \sqrt{5x^2 + 7}$  tại  $x = 2$  ta thực hiện các bước theo thứ tự sau:

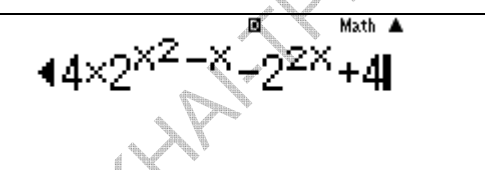
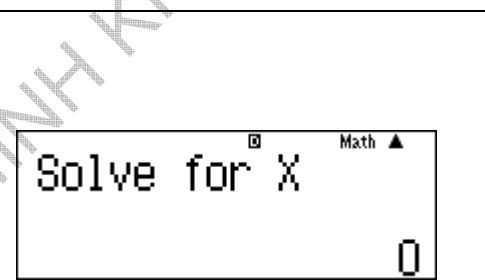
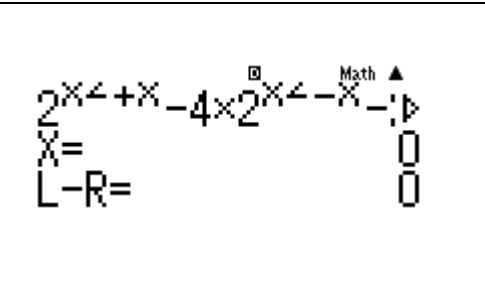
|                                                             |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Bước 1:</b> Nhập biểu thức<br>$\log_3^2 \sqrt{5X^2 + 7}$ |  |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                           |                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Bước 2:</b> Bấm <b>CALC</b> .<br>Máy hỏi X? Ta nhập 2.                                 |  |
| <b>Bước 3:</b> Nhận kết quả bấm dấu $\boxed{=}$<br>$\log_3^2 \sqrt{5x^2+7} = \frac{9}{4}$ |  |

#### 4. Công cụ SOLVE để tìm nghiệm

Bấm tổ hợp phím **SHIFT + CALC** nhập giá trị biến muốn tìm

**Ví dụ:** Để tìm nghiệm của phương trình:  $2^{x^2+x} - 4 \cdot 2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$  ta thực hiện theo các bước sau:

|                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Bước 1:</b> Nhập vào máy :<br>$2^{x^2+x} - 4 \cdot 2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$                                                                                                                                                                                       |    |
| <b>Bước 2:</b> Bấm tổ hợp phím <b>SHIFT + CALC</b><br>Máy hỏi Solve for X có nghĩa là bạn muốn bắt đầu dò nghiệm với giá trị của X bắt đầu từ số nào? chỉ cần nhập 1 giá trị bất kì thỏa mãn điều kiện xác định là được. Chẳng hạn ta chọn số 0 rồi bấm nút $\boxed{=}$ |   |
| <b>Bước 3:</b> Nhận nghiệm: $X = 0$                                                                                                                                                                                                                                     |  |
| Để tìm nghiệm tiếp theo ta chia biểu thức cho (X - nghiệm trước), nếu nghiệm lẻ thì lưu biến A, chia cho $X - A$ tiếp tục bấm <b>SHIFT + CALC</b> cho ta                                                                                                                |  |

được 1 nghiệm  $X = 1$ .

Nhấn nút  $\leftarrow$  sau đó chia cho X-1  
nhấn dấu  $\equiv$  máy báo **Can't Solve**  
do vậy phương trình chỉ có hai  
nghiệm  $x_1 = 0, x_2 = 1$

Can't Solve Math  
[AC] :Cancel  
[←][→]:Goto

## 5. Công cụ TABLE – MODE 7

Table là công cụ quan trọng để lập bảng giá trị. Từ bảng giá trị ta hình dung hình dáng cơ bản của hàm số và nghiệm của đa thức.

### Tính năng bảng giá trị: $\text{MODE}$ $\text{7}$

$f(X) = ?$  Nhập hàm cần lập bảng giá trị trên đoạn  $[a; b]$

Start? Nhập giá trị bắt đầu  $a$

End? Nhập giá trị kết thúc  $b$

Step? Nhập bước nhảy  $k: k_{\min} = \frac{b-a}{25}$

tùy vào giá trị của đoạn  $[a; b]$ , thông thường là 0,1 hoặc 0,5; 1.

Những bài cho hàm lượng giác, siêu việt cho Step nhỏ:

$$k = \frac{b-a}{10}; k = \frac{b-a}{19}; k = \frac{b-a}{25}$$

**Kéo dài bảng TABLE:**  $\text{SHIFT}$   $\text{MODE}$   $\downarrow$   $\text{5}$   $\text{1}$  để bỏ đi  $g(x)$

**Ví dụ:** Để tìm nghiệm của phương trình:  $x^3 + 3x + \sqrt[4]{x+1} = 1$

ta thực hiện theo các bước sau:

Dùng tổ hợp phím **MODE 7** để vào **TABLE**.

**Bước 1:** Nhập vào máy tính

$$f(X) = X^3 + 3X + \sqrt[4]{X+1} - 1$$

Sau đó bấm  $\equiv$

$$f(X) = X^3 + 3X + \sqrt[4]{X+1}$$

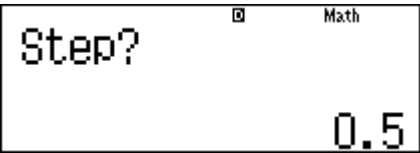
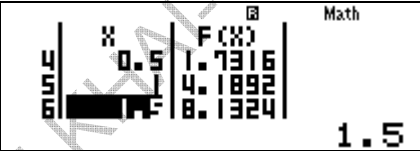
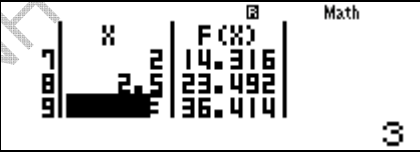
**Bước 2:**

Màn hình hiển thị Start? → Nhập -1.

Bấm  $\equiv$

Màn hình hiển thị End? → Nhập 3.

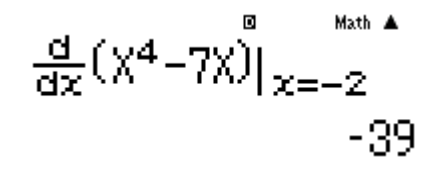
Start?  
-1

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Bấm <math>\boxed{\equiv}</math></p> <p>Màn hình hiển thị Step? <math>\rightarrow 0,5</math>.</p> <p>Bấm <math>\boxed{\equiv}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                 | <br>                                                                                        |
| <p><b>Bước 3:</b> Nhận bảng giá trị</p> <p>Từ bảng giá trị này ta thấy phương trình có nghiệm <math>x = 0</math> và hàm số đồng biến trên <math>[-1; +\infty)</math>. Do đó, <math>x = 0</math> chính là nghiệm duy nhất của phương trình. Qua cách nhẩm nghiệm này ta biết được <math>f(x) = x^3 + 3x + \sqrt[4]{x+1} - 1</math> là hàm số đồng biến trên <math>[-1; +\infty)</math>.</p> | <br><br> |

## 6. Tính đạo hàm tích phân

**+ Tính đạo hàm tại 1 điểm:** Nhập tổ hợp phím  $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\int \frac{d}{dx}}$  sau đó nhập hàm  $f(x)$  tại điểm cần tính

**Ví dụ:** Tính đạo hàm  $f(x) = x^4 - 7x$  tại  $x = -2$

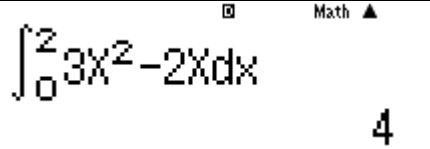
|                                                                                                                                                                                         |                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Nhập <math>\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\int \frac{d}{dx}}</math></p> <p><math>\frac{d}{dx}(X^4 - 7X)</math> bấm <math>\boxed{\equiv}</math></p> <p>Vậy <math>f'(-2) = -39</math></p> |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|

**+ Tính tích phân :** Nhập phím  $\boxed{\int \frac{d}{dx}}$  sau đó nhập hàm  $f(x)$  và các cận tích phân

**Ví dụ:** Tính tích phân  $\int_0^2 (3x^2 - 2x) dx$

|                                                                                                                           |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>Nhập <math>\boxed{\int \frac{d}{dx}}</math> <math>\int_0^2 (3X^2 - 2X) dx</math> . bấm <math>\boxed{\equiv}</math></p> |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|



|                                    |                                                                                    |
|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Vậy $\int_0^2 (3x^2 - 2x) dx = 4.$ |  |
|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|

## 7. Các MODE tính toán

| Chức năng MODE                                                   | Tên MODE | Thao tác                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tính toán chung                                                  | COMP     | <b>MODE 1</b>                                                                                                                                                                            |
| Tính toán với số phức                                            | CMPLX    | <b>MODE 2</b>                                                                                                                                                                            |
| Giải phương trình bậc 2, bậc 3, hệ phương trình bậc nhất 2, 3 ẩn | EQN      | <b>MODE 5</b>                                                                                                                                                                            |
| Lập bảng số theo biểu thức                                       | TABLE    | <b>MODE 7</b>                                                                                                                                                                            |
| Xóa các MODE đã cài đặt                                          |          | <b>SHIFT 9 1</b>   |

## II. MỘT SỐ KỸ THUẬT SỬ DỤNG MÁY TÍNH

### Kỹ thuật 1: Tính đạo hàm bằng máy tính

Phương pháp:

\* Tính đạo hàm cấp 1 :  

\* Tính đạo hàm cấp 2 :

$$y''(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y'}{\Delta x} = \frac{y'(x_0 + 0,000001) - y'(x_0)}{0,000001}$$

\* Dự đoán công thức đạo hàm bậc n :

+ Bước 1 : Tính đạo hàm cấp 1, đạo hàm cấp 2, đạo hàm cấp 3

+ Bước 2 : Tìm quy luật về dấu, về hệ số, về số biến, về số mũ rồi rút ra công thức tổng quát.

### Quy trình bấm máy tính đạo hàm cấp 1:

Bước 1: Ấn  

Bước 2: Nhập biểu thức  $\frac{d}{dx}(f(X))_{X=x_0}$  và ấn .

### Quy trình bấm máy tính đạo hàm cấp 2:

Bước 1: Tính đạo hàm cấp 1 tại điểm  $x = x_0$

Bước 2: Tính đạo hàm cấp 1 tại điểm  $x = x_0 + 0,000001$

Bước 3: Nhập vào máy tính  $\frac{Ans - PreAns}{X}$  ấn .

**Ví dụ 1:** Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C):  $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+3}}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  là

A.  $\frac{1}{4}$

B.  $\frac{7}{2}$

C.  $\frac{1}{8}$

D. -2.

**Lời giải**

Hệ số góc tiếp tuyến  $k = y'_{(1)}$  Nhập vào máy tính  $\frac{d}{dx} \left( \frac{X+2}{\sqrt{X^2+3}} \right)_{X=1}$

| Phép tính                                                    | Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                   | Màn hình hiển thị                                                       |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{d}{dx} \left( \frac{X+2}{\sqrt{X^2+3}} \right)_{X=1}$ | SHIFT $\int \frac{d}{dx}$ ALPHA $\sqrt{\phantom{x}}$ ) + 2 $\nabla$<br>$\sqrt{\phantom{x}}$ ALPHA $\sqrt{\phantom{x}}$ ) $x^2$ + 3 $\rightarrow$ $\rightarrow$<br>$\rightarrow$ 1 = | $\frac{d}{dx} \left( \frac{X+2}{\sqrt{X^2+3}} \right)  _{x=1}$<br>0.125 |

Vậy  $k = y'_{(1)} = \frac{d}{dx} \left( \frac{X+2}{\sqrt{X^2+3}} \right)_{X=1} = 0,125 = \frac{1}{8} \Rightarrow$  **Chọn C.**

**Ví dụ 2:** Đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = x^4 - \sqrt{x}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 2$  gần số giá trị nào nhất trong các giá trị sau:

A. 7.

B. 19.

C. 25.

D. 48.

**Lời giải**

| Phép tính                                                                              | Quy trình bấm máy                                                                                                                                                               | Màn hình hiển thị                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Tại $x_0 = 2$<br>$\frac{d}{dx} (X^4 - \sqrt{X})_{X=2}$                                 | SHIFT $\int \frac{d}{dx}$ ALPHA $\sqrt{\phantom{x}}$ ) $x^4$ 4 $\rightarrow$<br>$\rightarrow$ $\sqrt{\phantom{x}}$ ALPHA $\sqrt{\phantom{x}}$ ) $\rightarrow$ $\rightarrow$ 2 = | $\frac{d}{dx} (X^4 - \sqrt{X})  _{x=2}$<br>31.64644661  |
| $x_0 = 2 + 0,000001$<br>$\frac{d}{dx} (X^4 - \sqrt{X})_{X=2+0,000001}$                 | $\leftarrow$ $\leftarrow$ + 0 $\cdot$ 0 0 0 0<br>0 0 1 =                                                                                                                        | $\frac{d}{dx} (X^4 - \sqrt{X})  _{x=2+0}$<br>31.6464947 |
| Tính $y''(2) = \frac{y'(2 + 0.000001) - y'(2)}{0.000001}$ nhờ $\frac{Ans - PreAns}{X}$ |                                                                                                                                                                                 |                                                         |
|                                                                                        | $\frac{Ans - PreAns}{X}$<br>$\frac{Ans - PreAns}{X}$<br>0 0 0 0 0 1 =                                                                                                           | $\frac{Ans - PreAns}{X}$<br>0.000001<br>48.0884128      |

Vậy  $y''(2) \approx 48 \Rightarrow$  **Chọn D.**

**Ví dụ 3:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x+1}{4^x}$

**A.**  $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

**B.**  $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

**C.**  $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

**D.**  $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

**Lời giải**

Ta chọn tính đạo hàm tại điểm bất kỳ ví dụ chọn  $x = 0,5$  rồi tính đạo hàm của hàm số tại  $x = 0,5$ . Nhập vào máy tính  $\frac{d}{dx}\left(\frac{X+1}{4^X}\right)_{X=0,5}$

| Phép tính                                                                                                                                     | Quy trình bấm máy                                                                                                                | Màn hình hiển thị                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| $\frac{d}{dx}\left(\frac{X+1}{4^X}\right)_{X=0,5}$                                                                                            | SHIFT $\int \frac{dx}{x}$ ALPHA $)$ + 1 $\nabla$<br>4 $x^y$ ALPHA $)$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ 0<br>$\cdot$ 5 = | $\frac{d}{dx}\left(\frac{X+1}{4^X}\right) _{x=0.5}$<br>-0.5397207708 |
| Lưu kết quả vừa tìm được vào biến A                                                                                                           | SHIFT RCL $(\rightarrow)$                                                                                                        | Ans $\rightarrow$ A<br>-0.5397207708                                 |
| Lấy A trừ đi kết quả tính giá trị các biểu thức ở các đáp án nếu ra 0 thì chọn đáp án đó.                                                     |                                                                                                                                  |                                                                      |
| đáp án A                                                                                                                                      | $-$ $\int \frac{dx}{x}$ 1 $-$ 2 $($ ALPHA $)$<br>+ 1 $)$ ln 2 $)$ $\nabla$ 2 $x^y$<br>2 ALPHA $)$ CALC 0 $\cdot$ 5 =             | Ans $- \frac{1-2(X+1)\ln 2}{2^{2X}}$<br>-8.562 $\times 10^{-12}$     |
| Số $-8,562 \cdot 10^{-12} \approx 0$ . Nếu chưa ra kết quả là 0 thì thay các đáp án còn lại bao giờ ra 0 thì chọn $\Rightarrow$ <b>Chọn A</b> |                                                                                                                                  |                                                                      |

**Ví dụ 4:** Cho hàm số  $y = e^{-x} \sin x$ , đặt  $F = y'' + 2y'$  khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.**  $F = -2y$

**B.**  $F = y$

**C.**  $F = -y$

**D.**  $F = 2y$

**Lời giải**

| Phép tính             | Quy trình bấm máy                                                                                             | Màn hình hiển thị                                     |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Tính<br>$y'(2+0,001)$ | SHIFT MODE 4 SHIFT $\int \frac{dx}{x}$ ALPHA $\times 10^x$<br>$x^y$ $-$ ALPHA $)$ $\rightarrow$ sin ALPHA $)$ | $\frac{d}{dx}(e^{-X}\sin(X)) _{x=2}$<br>-0.1793792622 |

|                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                     | $\boxed{)} \boxed{\rightarrow} \boxed{2} \boxed{+} \boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0}$<br>$\boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{=} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\leftarrow)}$                                                                                           |                                                                                                             |
| Lưu kết quả vừa tìm được vào biến A                                                 | $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(\leftarrow)}$                                                                                                                                                                                                                                                | $\text{Ans} \rightarrow \text{A}$<br>$-0.1793792622$                                                        |
| Tính $y'(0)$                                                                        | $\boxed{\uparrow} \boxed{\leftarrow} \boxed{\leftarrow} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}}$<br>$\boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{=} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{...}}$ | $\frac{d}{dx}(e^{-x}\sin(X)) _{x=0}$<br>$-0.1793793748$                                                     |
| Lưu kết quả vừa tìm được vào biến B                                                 | $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{...}}$                                                                                                                                                                                                                                                  | $\text{Ans} \rightarrow \text{B}$<br>$-0.1793793748$                                                        |
| Thay vào công thức $f''(x_0) = \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x_0} = C$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                             |
|                                                                                     | $\boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{(\leftarrow)} \boxed{-} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{...}} \boxed{\downarrow} \boxed{0}$<br>$\boxed{\cdot} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{=}$<br>$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{hyp}}$       | $\frac{\text{A}-\text{B}}{0.000001}$<br>$0.112638413$<br>$\text{Ans} \rightarrow \text{C}$<br>$0.112638413$ |
| Tính $F = y'' + 2y' = C + 2B = -0.2461... = -2y \Rightarrow$ <b>Chọn A</b>          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                             |

## **Kỹ thuật 2: Kỹ thuật giải nhanh bài toán đồng biến, nghịch biến bằng MTCT.**

### **Phương pháp:**

**+ Cách 1** : Sử dụng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của máy tính Casio . Quan sát bảng kết quả nhận được, khoảng nào làm cho hàm số luôn tăng thì là khoảng đồng biến, khoảng nào làm cho hàm số luôn giảm là khoảng nghịch biến.

**+ Cách 2:** Tính đạo hàm, thiết lập bất phương trình đạo hàm, cô lập  $m$  và đưa về dạng  $m \geq f(x)$  hoặc  $m \leq f(x)$ .

Tìm  $\text{Min}, \text{Max}$  của hàm  $f(x)$  rồi kết luận.

**+ Cách 3:** Tính đạo hàm, thiết lập bất phương trình đạo hàm. Sử dụng tính năng giải bất phương trình INEQ của máy tính Casio (đối với bất phương trình bậc hai, bậc ba).

**Ví dụ 1:** Với giá trị nào của tham số  $m$  thì hàm số  $y = \frac{mx - m + 2}{x + m}$  nghịch biến trên từng khoảng xác định?

**A.**  $-2 < m < 1$

**B.**  $-2 \leq m \leq 1$

**C.**  $0 < m \leq 1$

**D.** Đáp án khác

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ .

Nhập biểu thức  $\frac{d}{dx} \left( \frac{mX - m + 2}{X + m} \right)_{x=X}$

Gán  $X = 0$ , không gán  $Y = 0$  vì  $x \neq -m$  nên  $X \neq -Y$  (hoặc những giá trị  $X, Y$  tương ứng).

Gán  $Y = -2$ , được kết quả  $\geq 0$ , Loại B.

Gán  $Y = -2$ , được kết quả  $= 0$ . Loại C.

Gán  $Y = -1$ , được kết quả. Vậy đáp án A.

**Ví dụ 2:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ .

**A.**  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$

**B.**  $m < 2$

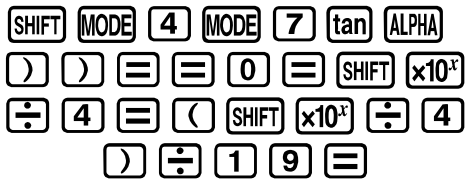
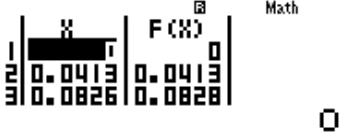
**C.**  $1 \leq m < 2$

**D.**  $m \geq 2$

**Lời giải**

Đặt  $\tan x = t$ . Đổi biến thì phải tìm miền giá trị của biến mới. Để làm điều này ta sử dụng chức năng MODE 7 cho hàm  $f(x) = \tan x$

| Phép tính | Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị |
|-----------|-------------------|-------------------|
| Tìm điều  |                   |                   |

|                             |                                                                                   |                                                                                    |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| kiện cho<br>$f(x) = \tan x$ |  |  |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|

Ta thấy  $0 \leq \tan x \leq 1$  vậy  $t \in (0;1)$ . Bài toán trở thành tìm  $m$  để hàm số

$y = \frac{t-2}{t-m}$  đồng biến trên khoảng  $(0;1)$

$$\text{Tính: } y' = \frac{(t-m) - (t-2)}{(t-m)^2} = \frac{2-m}{(t-m)^2} \quad y' > 0 \Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0 \Leftrightarrow m < 2 \quad (1)$$

Kết hợp điều kiện xác định  $t-m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq t \Rightarrow m \notin (0;1) \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta được  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A}$

**Kỹ thuật 3:** Tìm cực trị của hàm số và bài toán tìm tham số để hàm số đạt cực trị tại điểm cho trước.

**Phương pháp:** Dựa vào 2 quy tắc tìm cực trị.

Đối với dạng toán tìm  $m$  để hàm số bậc 3 đạt cực trị tại  $x_0$

Cực đại tại  $x_0$  thì  $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$ . Cực tiểu tại  $x_0$  thì  $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

Sử dụng chức năng tính liên tiếp giá trị biểu thức “ Dấu :”  

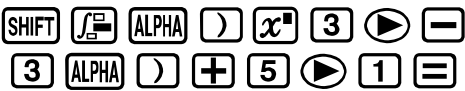
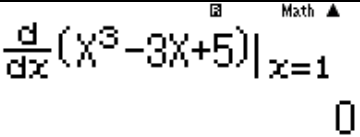
Tính được  $f'(x_0) : f''(x_0)$  từ đó chọn được đáp án

**Ví dụ 1:** Tìm tất các các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 + 5$  đạt cực đại tại  $x = 1$

**A.**  $\begin{cases} m=0 \\ m=2 \end{cases}$       **B.**  $m = 2$       **C.**  $m = 1$       **D.**  $m = 0$

**Lời giải**

**Cách 1:** Kiểm tra khi  $m = 0$  thì hàm số có đạt cực đại tại  $x = 1$  hay không ?

| Phép tính   | Quy trình bấm máy                                                                   | Màn hình hiển thị                                                                    |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Tại $x = 1$ |  |  |

|                   |  |                                                            |
|-------------------|--|------------------------------------------------------------|
| Tại $x = 1 - 0,1$ |  | $\frac{d}{dx}(X^3 - 3X + 5) \Big _{x=1} = -\frac{57}{100}$ |
| Tại $x = 1 + 0,1$ |  | $\frac{d}{dx}(X^3 - 3X + 5) \Big _{x=1} = \frac{63}{100}$  |

Vậy  $y'$  đổi dấu từ âm sang dương qua giá trị  $x = 1 \Rightarrow m = 0$  loại

$\Rightarrow$  Đáp án **A** hoặc **D** sai

Tương tự kiểm tra khi  $m = 2$

| Phép tính         | Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị                                                 |
|-------------------|-------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Tại $x = 1$       |                   | $\frac{d}{dx}(X^3 - 6X^2 + 9X - 7) \Big _{x=1} = 0$               |
| Tại $x = 1 - 0,1$ |                   | $\frac{d}{dx}(X^3 - 6X^2 + 9X - 7) \Big _{x=1} = \frac{63}{100}$  |
| Tại $x = 1 + 0,1$ |                   | $\frac{d}{dx}(X^3 - 6X^2 + 9X - 7) \Big _{x=1} = -\frac{57}{100}$ |

Ta thấy  $y'$  đổi dấu từ dương sang âm  $\Rightarrow$  hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$

$\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Cách 2:** Sử dụng chức năng tính liên tiếp giá trị biểu thức:

$$f'(x_0): f''(x_0) = 3X^2 - 6YX + 3(Y^2 - 1) : \frac{d}{dx}(3X^2 - 6YX + 3(Y^2 - 1)) \Big|_{X=1}$$

- Nhập giá trị  $X = 1$  và  $Y$  là giá trị của  $m$  ở mỗi đáp án

- Nếu biểu thức thứ nhất bằng không và biểu thức thứ hai nhận giá trị âm thì chọn.

+ Khi  $m = 0$  kiểm tra  $\Rightarrow x = 1$  có là cực đại hay không?

| Phép tính | Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị |
|-----------|-------------------|-------------------|
|-----------|-------------------|-------------------|

|                                                                                           |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| Tại $m = 0$<br>Thay<br>$X = 1; Y = 0$                                                     |  |  |
| Tìm $f'$                                                                                  |  |  |
| Tìm $f''$                                                                                 |  |  |
| Khi $m = 0$ thì $f'(1) = 0, f''(1) = 6 > 0 \Rightarrow x = 1$ là cực tiểu <b>loại A,D</b> |  |  |

+ Kiểm tra khi  $m = 2$  kiểm tra  $\Rightarrow x = 1$  có là cực đại hay không ?

Tại  $m = 2$  Thay  $X = 1; Y = 2$

| Phép tính                                                                 | Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị |
|---------------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------------|
| Tìm $f'$                                                                  |                   |                   |
| Tìm $f''$                                                                 |                   |                   |
| Khi $m = 2$ thì $f'(1) = 0, f''(1) = -6 < 0 \Rightarrow x = 1$ là cực đại |                   |                   |

Chọn đáp án B. Ta có thể thử thêm trường hợp khi  $m = 1$

+ Khi  $m = 1$  kiểm tra  $\Rightarrow x = 1$  có là cực đại hay không ?

Tại  $m = 1$  Thay  $X = 1; Y = 1$

| Phép tính | Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị |
|-----------|-------------------|-------------------|
| Tìm $f'$  |                   |                   |



|                                                                                         |          |                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------------------------------------|
| Tìm $f''$                                                                               | $\equiv$ | $\frac{d}{dx}(3x^2 - 6yx + 3(y^2 - 0$ |
| Khi $m = 1$ thì $f'(1) = -3 \neq 0, f''(1) = 0 \Rightarrow x = 1$ không phải là cực trị |          |                                       |

$\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 2:** Hàm số  $y = |x|^3 - x^2 + 4$  có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2

**B.** 1

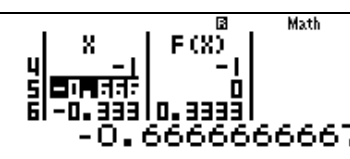
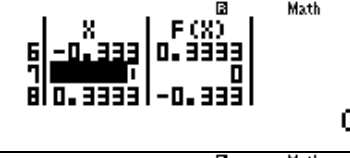
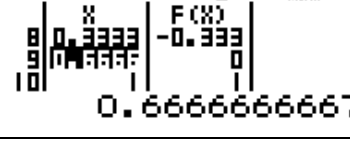
**C.** 3

**D.** 0

**Lời giải**

$$\text{Tính } y' = 3x|x| - 2x \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{2}{3} \end{cases}$$

Dùng MODE 7 với thiết lập sao cho  $x$  chạy qua 3 giá trị này ta sẽ khảo sát được sự đổi dấu của  $y'$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Màn hình hiển thị                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $\boxed{\text{MODE}} \boxed{7} \boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{2}$<br>$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{\text{DEL}} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{1}$<br>$\boxed{\div} \boxed{3} \boxed{=}$ |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |

Ta thấy  $f'(x)$  đổi dấu 3 lần  $\Rightarrow$  **Chọn C**

**Kĩ thuật 4:** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba

**Phương pháp:**

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ có dạng: } g(x) = y - \frac{y' \cdot y''}{3y'''} \quad \boxed{g(x) = y - \frac{y' \cdot y''}{3y'''}}$$

+ **Bước 1:** Bấm  $\boxed{\text{MODE}} \boxed{2}$  chuyển chế độ máy tính sang môi trường số phức.

+ **Bước 2:** Nhập vào máy tính biểu thức:

$$y - \frac{y' \cdot y''}{3y'''} \text{ hoặc } f(x, m) - \frac{f'(x, m) \cdot f''(x, m)}{3f'''(x, m)}$$

+ **Bước 3:** Bấm  $\boxed{=}$  để lưu biểu thức.

+ **Bước 4:** Bấm  $\boxed{\text{CALC}}$  với  $x = i$  (đơn vị số phức, để làm xuất hiện  $i$  ta bấm  $\boxed{\text{ENG}}$ )

+ **Bước 5:** Nhận kết quả dạng  $Mi + N \Rightarrow$  phương trình cần tìm có dạng:

$$y = Mx + N.$$

**Ví dụ:** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$  là

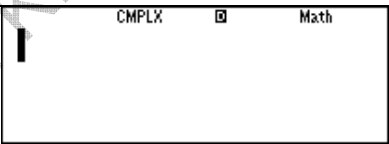
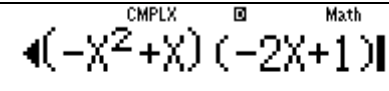
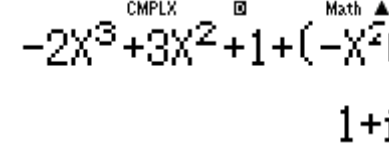
**A.**  $y = x - 1.$

**B.**  $y = x + 1.$

**C.**  $y = -x + 1.$

**D.**  $y = -x - 1.$

### Lời giải

| Phép tính                   | Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Màn hình hiển thị                                                                    |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Số phức                     | $\boxed{\text{MODE}} \boxed{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |   |
| Nhập vào máy tính biểu thức | $\boxed{-} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{x^2} \boxed{+}$<br>$\boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{(}$<br>$\boxed{-} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)}$<br>$\boxed{(} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{)}$ |  |
| Thay $x = i$                | $\boxed{\text{CALC}} \boxed{\text{ENG}} \boxed{=}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |

Kết quả dạng  $i + 1 \Rightarrow$  phương trình cần tìm:  $y = x + 1 \Rightarrow$  **Chọn B.**

### Kỹ thuật 5: Tìm tiệm cận.

**Phương pháp:** Ứng dụng kỹ thuật dùng  $\boxed{\text{CALC}}$  tính giới hạn

**Ví dụ 1:** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$$

**A.**  $\begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \end{cases}$

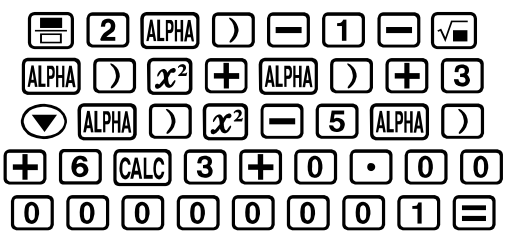
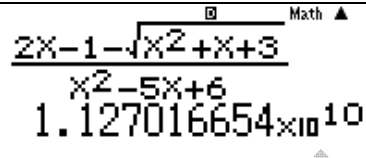
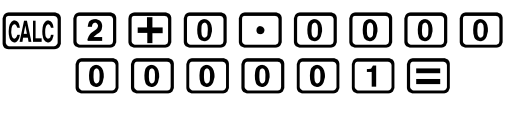
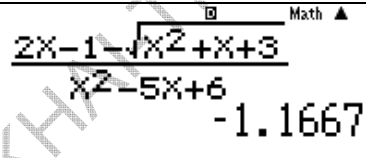
**B.**  $x = -3$

**C.**  $\begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

**D.**  $x = 3$

**Lời giải**

Đường thẳng  $x = x_0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì điều kiện cần :  $x_0$  là nghiệm của phương trình mẫu số bằng 0  
Nên ta chỉ quan tâm đến hai đường thẳng  $x = 3$  và  $x = 2$

| Phép tính   | Quy trình bấm máy                                                                 | Màn hình hiển thị                                                                  |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Với $x = 3$ |  |  |
| Với $x = 2$ |  |  |

+ Với  $x = 3$  xét  $\lim_{x \rightarrow 3+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty \Rightarrow x = 3$  là tiệm cận đứng

+ Với  $x = 2$  xét  $\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty$  Kết quả không ra vô cùng  
 $\Rightarrow x = 2$  không là tiệm cận đứng  $\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 2:** Tìm tất các các giá trị của tham số  $m$  sao cho đồ thị hàm số  $y = \frac{5x-3}{x^2-2mx+1}$  không có tiệm cận đứng?

**A.**  $m = 1$

**B.**  $m = -1$

**C.**  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

**D.**  $-1 < m < 1$

**Lời giải**

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phương trình mẫu số bằng 0 không có nghiệm hoặc có nghiệm nhưng giới hạn hàm số khi  $x$  tiến tới nghiệm không ra vô cùng.

Với  $m = 1$  . Hàm số  $\Leftrightarrow y = \frac{5x-3}{x^2-2x+1}$  . Phương trình  $x^2-2x+1=0$  có nghiệm

$x = 1$  Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-3}{x^2-x+1} = +\infty \Rightarrow$  Đáp số **A** sai

| Phép tính    | Quy trình bấm máy                                                    | Màn hình hiển thị                                    |
|--------------|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Với $m = -1$ | $\boxed{\frac{5x-3}{x^2-2x+1}}$<br>$\boxed{2.000005 \times 10^{12}}$ | $\frac{5x-3}{x^2-2x+1}$<br>$2.000005 \times 10^{12}$ |

Với  $m = 0$  hàm số  $\Leftrightarrow y = \frac{5x-3}{x^2+1}$ . Phương trình  $x^2+1=0$  vô nghiệm

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi  $m = 0 \Rightarrow$  **Chọn D.**

**Ví dụ 3:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$$
 có hai tiệm cận ngang?

**A.**  $m < 0$

**B.** Không có  $m$  thỏa mãn

**C.**  $m = 0$

**D.**  $m > 0$

**Lời giải**

+ Thử đáp án **A** ta chọn 1 giá trị  $m < 0$ , ta chọn  $m = -2,15$ .

Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{-2.15x^2+1}}$

| Phép tính       | Quy trình bấm máy                                                      | Màn hình hiển thị                                                                           |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| Với $m = -2,15$ | $\boxed{\frac{x+1}{\sqrt{-2.15x^2+1}}}$<br>$\boxed{\text{Math ERROR}}$ | $\text{Math ERROR}$<br>$[\text{AC}] : \text{Cancel}$<br>$[\text{4}][\text{1}]: \text{Goto}$ |

Vậy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{-2.15x^2+1}}$  không tồn tại  $\Rightarrow$  hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{-2.15x^2+1}}$  không thể có 2 tiệm cận ngang

+ Thử đáp án **B** ta chọn giá trị  $m = 0$ .

Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{0x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)$

| Phép tính   | Quy trình bấm máy                               | Màn hình hiển thị               |
|-------------|-------------------------------------------------|---------------------------------|
| Với $m = 0$ | $\boxed{\frac{x+1}{1}}$<br>$\boxed{1000000001}$ | $\frac{x+1}{1}$<br>$1000000001$ |

Vậy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) = +\infty \Rightarrow$  hàm số  $y = x+1$  không thể có 2 tiệm cận ngang

+ Thử đáp án **D** ta chọn giá trị  $m = 2.15$ .

| Phép tính                                 | Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị |
|-------------------------------------------|-------------------|-------------------|
| Với $m = 2.15$<br>$x \rightarrow +\infty$ |                   |                   |

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{2.15x^2+1}} = 0.6819943402$$

| Phép tính                                 | Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị |
|-------------------------------------------|-------------------|-------------------|
| Với $m = 2.15$<br>$x \rightarrow -\infty$ |                   |                   |

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{2.15x^2+1}} = -0.6819943402. \text{ Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang}$$

$$y = \pm 0.6819943402 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Kỹ thuật 6:** Kỹ thuật giải nhanh bài toán tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[a;b]$ . Sử dụng tính năng bảng giá trị TABLE

Phương pháp :

1. Nhấn
2.  $f(X) =$  Nhập hàm số vào.
3. Step ? Nhập giá trị  $a$
4. End ? Nhập giá trị  $b$
5. Step? Nhập giá trị: 0,1; 0,2; 0,5 hoặc 1 tùy vào đoạn  $[a;b]$

Quan sát bảng giá trị máy tính hiển thị, giá trị lớn nhất xuất hiện là **max**, giá trị nhỏ nhất xuất hiện là **min**.

**\*Chú ý:**

Ta thiết lập miền giá trị của biến  $x$  Start  $a$  End  $b$  Step (có thể làm tròn để Step đẹp)

Hàm số chứa  $\sin x, \cos x, \tan x \dots$  ta chuyển máy tính về chế độ Radian:

**Ví dụ 1:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$  trên đoạn  $[2; 4]$  là

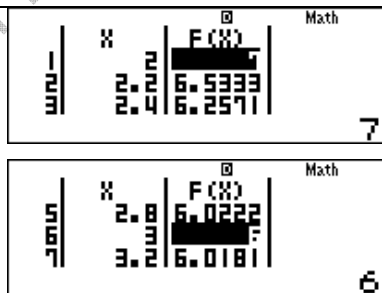
A. 6

B. -2

C. -3

D.  $\frac{19}{3}$

**Lời giải**

| Phép tính                                                    | Quy trình bấm máy                             | Màn hình hiển thị                                                                   |
|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $F(X) = \frac{X^2 + 3}{X - 1}$                               | MODE 7 ALPHA ) $x^2$ +<br>3 ) ALPHA ) + 1 = = | $f(X) = \frac{X^2 + 3}{X - 1}$                                                      |
| $g(X)$ bỏ qua<br>Bấm =                                       |                                               | $g(X) =$                                                                            |
| Star ? 2 End ? 4<br>Step ? 0,2.<br>kéo xuống<br>để tìm GTNN. | 2 = 4 = 0 . 2 =<br>↓ ↓ ↓ ↓                    |  |

Quan sát bảng giá trị tìm kết quả nào gần với đáp án để kết luận

⇒ **Chọn A**

**Kỹ thuật Z:** Kỹ thuật giải nhanh bài toán tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của hàm số Sử dụng tính năng SOLVE

**Phương pháp :**

Để tìm giá trị lớn nhất  $M$ , giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = f(x)$  ta giải phương trình  $f(x) - M = 0$ ,  $f(x) - m = 0$

- Tìm GTLN ta thay các đáp án từ lớn đến nhỏ sau đó sử dụng **SOLVE** để tìm nghiệm, nếu nghiệm thuộc đoạn, khoảng đã cho ta chọn luôn.

- Tìm GTNN thì thay đáp án từ nhỏ đến lớn.

**Ví dụ:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$  trên đoạn  $[1; 3]$

A.  $\max = \frac{67}{27}$

B.  $\max = -2$

C.  $\max = -7$

D.  $\max = -4$

**Lời giải**

Các kết quả xếp theo thứ tự  $\frac{67}{27} > -2 > -4 > -7$ . Do vậy ta giải phương trình

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 1 = \frac{67}{27} \text{ trước}$$

| Phép tính                                              | Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                 | Màn hình hiển thị                                                 |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $F(X) = \frac{67}{27}$                                 | $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{\frac{67}{27}} \boxed{=}$ | $X^3 - 2X^2 - 4X + 1 - \frac{67}{27}$                             |
| Cho<br>$X = 2 \in [1; 3]$                              | $\boxed{=} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{2} \boxed{=}$                                                                                                                                                                          | $X^3 - 2X^2 - 4X + 1 - \frac{67}{27}$ $X = 3.333333333$ $L-R = 0$ |
| Ta được nghiệm $x = 3,33333 \notin [1; 3]$ nên loại A. |                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                   |

+ Tiếp theo thay đáp án  $\max = -2$ , giải phương trình :  $x^3 - 2x^2 - 4x + 1 = -2$

| Phép tính                                                          | Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                          | Màn hình hiển thị                           |
|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| $F(X) = -2$                                                        | $\boxed{\leftarrow} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{\text{DEL}} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{=}$ | $X^3 - 2X^2 - 4X + 1 + 2$                   |
| Cho<br>$X = 2 \in [1; 3]$                                          | $\boxed{=} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{2} \boxed{=}$                                                                                                                                   | $X^3 - 2X^2 - 4X + 1 + 2$ $X = 3$ $L-R = 0$ |
| Ta được nghiệm $x = 2 \in [1; 3]$ nên $\Rightarrow$ <b>Chọn B.</b> |                                                                                                                                                                                                            |                                             |

Không thử các đáp án còn lại nữa vì  $F(X) = -2$  đã là lớn nhất

**\*Chú ý:** Kỹ thuật **SOLVE** tuy tiến hành lâu hơn nhưng mạnh hơn, đảm bảo chắc chắn hơn **TABLE** nhiều đặc biệt với các bạn còn thiếu kỹ năng phân tích bảng giá trị.

**Kỹ thuật 8:** Kỹ thuật lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

**Phương pháp :** Phương trình tiếp có dạng  $d: y = kx + m$ .

+ Đầu tiên tìm hệ số góc tiếp tuyến  $k = y'(x_0)$ .

Bấm **SHIFT**  **$\int \frac{d}{dx}$**  và nhập  $\frac{d}{dx}(f(X)) \Big|_{x=x_0}$ , sau đó bấm **=** ta được  $k$ .

+ Tiếp theo: Bấm phím  **$\leftarrow$**  để sửa lại thành

$\frac{d}{dx}(f(X)) \Big|_{x=x_0} x(-X) + f(X)$ , sau đó bấm phím **CALC** với  $X = x_0$  và bấm phím **=** ta được  $m$ .

**Ví dụ 1:** Cho điểm  $M$  thuộc đồ thị  $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$  và có hoành độ bằng  $-1$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M$  là

**A.**  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ .      **B.**  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ .      **C.**  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ .      **D.**  $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

| Phép tính                                                   | Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                    | Màn hình hiển thị                                                         |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{d}{dx} \left( \frac{2X+1}{X-1} \right) \Big _{x=-1}$ | <b>SHIFT</b> <b><math>\int \frac{d}{dx}</math></b> <b>=</b> <b>2</b> <b>ALPHA</b> <b>)</b> <b>+</b> <b>1</b><br><b><math>\leftarrow</math></b> <b>ALPHA</b> <b>)</b> <b>-</b> <b>1</b> <b><math>\rightarrow</math></b> <b><math>\rightarrow</math></b> <b>-</b><br><b>1</b> <b>=</b> | $\frac{d}{dx} \left( \frac{2X+1}{X-1} \right) \Big _{x=-1}$<br>-0.75      |
| Bấm phím <b><math>\leftarrow</math></b> để sửa lại thành:   | $\frac{d}{dx} \left( \frac{2X+1}{X-1} \right) \Big _{x=-1} x(-X) + \frac{2X+1}{X-1}$ <p>sau đó bấm phím <b>CALC</b> với <math>X = -1</math> và bấm phím <b>=</b> ta được kết quả</p>                                                                                                 |                                                                           |
|                                                             | <b>=</b> <b><math>\leftarrow</math></b> <b>(</b> <b>-</b> <b>ALPHA</b> <b>)</b> <b>)</b> <b>+</b> <b>=</b> <b>2</b> <b>ALPHA</b> <b>)</b><br><b>+</b> <b>1</b> <b><math>\leftarrow</math></b> <b>ALPHA</b> <b>)</b> <b>-</b> <b>1</b> <b>=</b>                                       | $\frac{d}{dx} \left( \frac{2X+1}{X-1} \right) \Big _{x=-1} (-1)$<br>-0.25 |

Vậy phương trình tiếp tuyến tại  $M$  là:  $y = -\frac{3x}{4} - \frac{1}{4} \Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 2:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C): y = x^3 - 3x + 2$  có hệ số góc bằng 9 là

**A.**  $y = 9x - 18$ ;  $y = 9x + 22$ .      **B.**  $y = 9x - 14$ ;  $y = 9x + 18$ .  
**C.**  $y = 9x + 18$ ;  $y = 9x + 22$ .      **D.**  $y = 9x - 14$ ;  $y = 9x - 18$ .



**Lời giải**

+ Với  $x_0 = 2$  ta nhập  $9(-X) + X^3 - 3X + 2$

**[CALC]** với  $X = 2$  rồi bấm **[=]** ta được kết quả là **[-14]**  $\Rightarrow d_1 : y = 9x - 14$ .

+ Với  $x_0 = -2$  ta nhập

$9(-X) + X^3 - 3X + 2$  **[CALC]** với  $X = -2$

rồi bấm **[=]** ta được kết quả là

**[18]**  $\Rightarrow d_2 : y = 9x + 18$ .

$\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 3:** Tiếp tuyến của đồ thị  $(C) : y = -4x^3 + 3x + 1$  đi qua điểm  $A(-1; 2)$  có phương trình là

**A.**  $y = -9x + 7; y = -x + 2$ .

**B.**  $y = -9x - 11; y = -x + 2$ .

**C.**  $y = -9x + 11; y = 2$ .

**D.**  $y = -9x - 7; y = 2$ .

+ Cho  $f(x)$  bằng kết quả các đáp án, từ đó ta thu được các phương trình.

+ Sử dụng chức năng giải phương trình bậc ba của máy tính bỏ túi bằng cách bấm tổ hợp phím **[MODE]** **[5]** **[4]** và nhập hệ số phương trình.

Thông thường máy tính cho số nghiệm thực nhỏ hơn số bậc của phương trình là 1 thì ta chọn đáp án đó.

+ Đầu tiên thử với đáp án A, ta cho:

$$-4x^3 + 3x + 1 = -9x + 7 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x - 6 = 0.$$

Máy tính cho 3 nghiệm  $\Rightarrow$  Loại A.

+ Thử với đáp án B, ta cho:  $-4x^3 + 3x + 1 = -x + 2 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x - 1 = 0$ .

Máy tính cho 3 nghiệm  $\Rightarrow$  Loại B.

+ Thử với đáp án C, ta cho:

$$-4x^3 + 3x + 1 = -9x + 11 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x - 10 = 0.$$

Máy tính hiển thị 1 nghiệm thực và 2 nghiệm phức (phương trình có số nghiệm thực là một nhỏ hơn bậc của phương trình là 2)  $\Rightarrow$  Loại C.

+ Thử với đáp án D:  $-4x^3 + 3x + 1 = -9x - 7 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x + 8 = 0$

máy tính hiển thị 2 nghiệm  $x = -1; x = 2$  (nhận).

$$-4x^3 + 3x + 1 = 2 \Leftrightarrow -4x^3 + 3x - 1 = 0$$

máy tính hiển thị 2 nghiệm  $x = -1; x = \frac{1}{2}$  (nhận).

$\Rightarrow$  **Chọn D.**

**Kĩ thuật 9: Kĩ thuật giải bài toán tương giao đồ thị hàm số.****Phương pháp :**

Để tìm nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm ta dùng chức năng lập bảng giá trị MODE 7, giải phương trình MODE 5 hoặc lệnh SOLVE

|                                                                                                                                           |                     |                   |                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| <b>Ví dụ 1:</b> Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 16$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt |                     |                   |                   |
| <b>A.</b> $m > 12$                                                                                                                        | <b>B.</b> $m < -12$ | <b>C.</b> $m < 0$ | <b>D.</b> $m > 0$ |

**Lời giải**

Để đồ thị hàm số  $y = x^3 + mx + 16$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình  $x^3 + mx + 16 = 0$  (1) có 3 nghiệm phân biệt

+ Với  $m = 14$  sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5

|                   |                                    |                                                    |
|-------------------|------------------------------------|----------------------------------------------------|
| Quy trình bấm máy | MODE 5 4 1 = 0 = 1 4 = 1 6 = = = = |                                                    |
| Màn hình hiển thị | $X_1 =$<br>$-1.058213891$          | $X_2 =$<br>$0.5291069456 + 3. \blacktriangleright$ |

Ta thấy nghiệm  $x_2; x_3$  là nghiệm phức  $\Rightarrow$  không đủ 3 nghiệm thực  $\Rightarrow$  Loại A

+ Với  $m = -14$  sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5

|                   |                                          |                          |
|-------------------|------------------------------------------|--------------------------|
| Quy trình bấm máy | MODE 5 4 1 = 0 = 4 DEL 1 4 = 1 6 = = = = |                          |
| Màn hình hiển thị | $X_1 =$<br>$-4.218186702$                | $X_2 =$<br>$2.918522599$ |
|                   | $X_3 =$<br>$1.299664103$                 |                          |

Ta thấy ra 3 nghiệm thực  $\Rightarrow$  Đáp án đúng có thể là **B** hoặc **C**

Thử thêm một giá trị  $m = -1$  nữa thì thấy  $m = -1$  không thỏa  $\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 2:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_2 x - \log_2 (x - 2) = m$  có nghiệm :

**A.**  $1 \leq m < +\infty$

**B.**  $1 < m < +\infty$

**C.**  $0 \leq m < +\infty$

**D.**  $0 < m < +\infty$

### Lời giải

Đặt  $\log_2 x - \log_2 (x - 2) = f(x) \Rightarrow m = f(x)$  (1). Để phương trình (1) có nghiệm thì  $m$  thuộc miền giá trị của  $f(x)$  hay  $f(\min) \leq m \leq f(\max)$

Tới đây bài toán tìm tham số  $m$  được quy về bài toán tìm min, max của một hàm số. Ta sử dụng chức năng MODE 7 với miền giá trị của  $x$  là Start 2 End 10 Step 0.5

| Nhập hàm $f(X) = \log_2 X - \log_2 (X - 2)$                                                                                                                                               |                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                         | Màn hình hiển thị |
| $\text{MODE}$ $7$ $\log_2$ $2$ $\rightarrow$ $\text{ALPHA}$ $)$ $\rightarrow$ $-$ $\log_2$ $2$ $\rightarrow$<br>$\text{ALPHA}$ $)$ $-$ $2$ $=$ $=$ $2$ $=$ $1$ $0$ $=$ $0$ $.$<br>$5$ $=$ |                   |

Quan sát bảng giá trị  $F(X)$  ta thấy  $f(10) \approx 0.3219$  vậy đáp số **A** và **B** sai. Đồng thời khi  $x$  càng tăng vậy thì  $F(X)$  càng giảm. Vậy câu hỏi đặt ra là  $F(X)$  có giảm được về 0 hay không? Nếu  $F(X)$  giảm được về 0 có nghĩa là phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm. Để kiểm tra dự đoán này ta sử dụng chức năng dò nghiệm SOLVE

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                             | Màn hình hiển thị |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| $\log_2$ $2$ $\rightarrow$ $\text{ALPHA}$ $)$ $\rightarrow$ $-$ $\log_2$ $2$ $\rightarrow$ $\text{ALPHA}$ $)$<br>$-$ $2$ $\text{SHIFT}$ $\text{CALC}$ $3$ $=$ |                   |

Máy phương trình này vô nghiệm. Vậy dấu  $=$  không xảy ra

$$\Rightarrow f(x) > 0 \Leftrightarrow m > 0$$

$\Rightarrow$  **Chọn D.**

**Ví dụ 3:** Tập giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $5.16^x - 2.81^x = m.36^x$  có đúng 1 nghiệm?

A.  $m > 0$

B.  $\begin{cases} m \leq -\sqrt{2} \\ m \geq \sqrt{2} \end{cases}$

C. Với mọi  $m$

D. Không tồn tại  $m$

**Lời giải**

Ta có  $5.16^x - 2.81^x = m.36^x \Leftrightarrow m = \frac{5.16^x - 2.81^x}{36^x}$

Đặt  $f(x) = \frac{5.16^x - 2.81^x}{36^x}$ . Khi đó phương trình ban đầu  $\Leftrightarrow f(x) = m$

Sử dụng MODE 7 để khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với thiết lập Start -9 End 10 Step 1

| Nhập hàm $f(x) = \frac{5.16^x - 2.81^x}{36^x}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Màn hình hiển thị                                                                    |
| $\boxed{\text{MODE}} \boxed{7} \boxed{\frac{\square}{\square}} \boxed{5} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{6} \boxed{x^{\square}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\rightarrow} \boxed{-}$<br>$\boxed{2} \boxed{\times} \boxed{8} \boxed{1} \boxed{x^{\square}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\nabla} \boxed{3} \boxed{6} \boxed{x^{\square}} \boxed{\text{ALPHA}}$<br>$\boxed{)} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{9} \boxed{=} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{=} \boxed{1} \boxed{=}$ |  |

Quan sát bảng giá trị ta thấy  $f(x)$  luôn giảm hay hàm số  $y = f(x)$  luôn nghịch biến. Điều này có nghĩa là đường thẳng  $y = m$  luôn cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 1 điểm  $\Rightarrow$  **Chọn C**

**Kĩ thuật 10: Tìm nghiệm của phương trình.**

**Phương pháp :**

+**Bước 1:** Chuyển PT về dạng Vế trái = 0 . Vậy nghiệm của PT sẽ là giá trị của  $x$  làm cho vế trái = 0

+**Bước 2:** Sử dụng chức năng CALC hoặc MODE 7 hoặc SHIFT SOLVE để kiểm tra xem nghiệm .

**Ví dụ 1:** Phương trình  $\log_2 x \log_4 x \log_6 x = \log_2 x \log_4 x + \log_4 x \log_6 x + \log_6 x \log_2 x$  có tập nghiệm là :

A.  $\{1\}$

B.  $\{2; 4; 6\}$

C.  $\{1; 12\}$

D.  $\{1; 48\}$

**Lời giải**

Nhập vế trái vào máy tính

| Nhập $\log_2 X \log_4 X \log_6 X - \log_2 X \log_4 X - \log_4 X \log_6 X - \log_6 X \log_2 X$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Màn hình hiển thị     |
| $\log_{\square} \square$ 2 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ ) $\rightarrow$ $\log_{\square} \square$ 4 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ ) $\rightarrow$<br>$\log_{\square} \square$ 6 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ ) $\rightarrow$ - $\log_{\square} \square$ 2 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ )<br>$\rightarrow$ $\log_{\square} \square$ 4 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ ) $\rightarrow$ - $\log_{\square} \square$ 4 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ )<br>$\rightarrow$ $\log_{\square} \square$ 6 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ ) $\rightarrow$ - $\log_{\square} \square$ 6 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ )<br>$\rightarrow$ $\log_{\square} \square$ 2 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ ) | $\log_6(X) \log_2(X)$ |

Vì giá trị 1 xuất hiện nhiều nhất nên CALC X=1

| Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị          |
|-------------------|----------------------------|
| CALC 1 =          | $\log_2(X) \log_4(X)$<br>0 |

Vậy 1 là nghiệm.

Ta tiếp tục kiểm tra giá trị 12 có phải là nghiệm hay không

|            |                                       |
|------------|---------------------------------------|
| CALC 1 2 = | $\log_2(X) \log_4(X)$<br>-4.971815308 |
|------------|---------------------------------------|

Đây là một kết quả khác 0 vậy 12 không phải là nghiệm  $\Rightarrow$  Loại C

Tiếp tục kiểm tra giá trị 48 có phải là nghiệm không

|            |                            |
|------------|----------------------------|
| CALC 4 8 = | $\log_2(X) \log_4(X)$<br>0 |
|------------|----------------------------|

Vậy 48 là nghiệm  $\Rightarrow$  **Chọn D.**

**Ví dụ 2:** Phương trình  $9^x - 3.3^x + 2 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Giá trị  $A = 2x_1 + 3x_2$  là

**A.**  $4\log_3 2$

**B.** 1

**C.**  $3\log_3 2$

**D.**  $2\log_2 3$

**Lời giải**

**\*Cách 1 : SHIFT SLOVE + CALC**

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                    | Màn hình hiển thị                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| $9 \quad x^{\square} \quad \text{ALPHA} \quad ) \quad \blacktriangleright \quad - \quad 3 \quad \times \quad 3 \quad x^{\square} \quad \text{ALPHA} \quad )$<br>$\blacktriangleright \quad + \quad 2 \quad =$                        | $9^x - 3 \times 3^x + 2$<br>$0$                             |
| Vì chưa biết 2 đáp án, mà 2 đáp án vai trò không bình đẳng trong quan hệ ở đáp án. Nên ta phải sử dụng dò cả 2 nghiệm với chức năng SHIFT SOLVE ở mức độ khó hơn. Đầu tiên ta dò nghiệm trong khoảng dương, ví dụ chọn $x$ gần với 1 |                                                             |
| $\text{SHIFT} \quad \text{CALC} \quad 1 \quad =$                                                                                                                                                                                     | $9^x - 3 \times 3^x + 2$<br>$x = 0.6309297536$<br>$L-R = 0$ |
| Lưu nghiệm này vào giá trị A ta được 1 nghiệm.                                                                                                                                                                                       |                                                             |
| $\text{SHIFT} \quad \text{RCL} \quad (-)$                                                                                                                                                                                            | $\text{Ans} \rightarrow A$<br>$0.6309297536$                |
| Chọn $x$ gần -2. Gọi là phương trình và dò nghiệm                                                                                                                                                                                    |                                                             |
| $\blacktriangle \quad \text{SHIFT} \quad \text{CALC} \quad - \quad 2 \quad =$                                                                                                                                                        | $9^x - 3 \times 3^x + 2$<br>$x = 0$<br>$L-R = 0$            |

Ta được 1 nghiệm nữa là 0. Vì  $0 < A$  nên  $x_1 = 0; x_2 = A$  ta có  $2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot A \approx 1.8927 = 3 \log_3 2 \Rightarrow$  **Chọn C**

### \* Cách 2 : CASIO 2 LẦN SHIFT SOLVE

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Nhấn nút để lưu vế trái lại rồi SHIFT SOLVE tìm nghiệm thứ nhất và lưu vào A

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Màn hình hiển thị                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| $9 \quad x^{\square} \quad \text{ALPHA} \quad ) \quad \blacktriangleright \quad - \quad 3 \quad \times \quad 3 \quad x^{\square} \quad \text{ALPHA} \quad )$<br>$\blacktriangleright \quad + \quad 2 \quad = \quad \text{SHIFT} \quad \text{CALC} \quad 1 \quad = \quad \text{SHIFT} \quad \text{RCL} \quad (-)$ | $9^x - 3 \times 3^x + 2$<br>$x = 0.6309297536$<br>$L-R = 0$ |



Ta thấy khi  $x=0$  thì  $F(0)=0$  vậy  $x=0$  là nghiệm.

Tiếp tục quan sát bảng giá trị  $F(X)$  nhưng không có giá trị nào làm cho  $F(X)=0$  hoặc khoảng nào làm cho  $F(X)$  đổi dấu nên  $x=0$  là nghiệm duy nhất  $\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 2:** Số nghiệm của phương trình  $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} = \tan x$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$  là

**A.** 1

**B.** 2

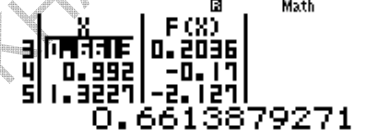
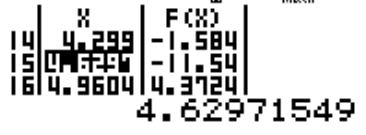
**C.** 3

**D.** 4

**Lời giải**

Chuyển phương trình về dạng :  $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} - \tan x = 0$

Sử dụng chức năng MODE 7 với thiết lập Start 0 End  $2\pi$  Step  $\frac{2\pi-0}{19}$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Màn hình hiển thị                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{4} \boxed{\text{MODE}} \boxed{7} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times 10^x} \boxed{x^\square} \boxed{\sin} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\times 10^x} \boxed{\nabla} \boxed{4} \boxed{\rightarrow} \boxed{)} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{\tan} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{=}$<br>$\boxed{0} \boxed{=}$<br>$\boxed{2} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\times 10^x} \boxed{=}$<br>$\boxed{2} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\times 10^x} \boxed{\div} \boxed{1} \boxed{9} \boxed{=}$ |   |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |

Quan sát bảng giá trị ta thấy 3 khoảng đổi dấu như trên :

$$f(0.6613).f(0.992) < 0 \Rightarrow \text{có nghiệm thuộc khoảng } (0.6613; 0.992)$$

$$f(1.3227).f(1.6534) < 0 \Rightarrow \text{có nghiệm thuộc khoảng } (1.3227; 1.6534)$$

$$f(3.6376).f(3.9683) < 0 \Rightarrow \text{có nghiệm thuộc khoảng } (3.6376; 3.9683)$$

$$f(4.6297).f(4.9604) < 0 \Rightarrow \text{có nghiệm thuộc khoảng } (4.6297; 4.9604)$$

Vậy phương trình ban đầu có 4 nghiệm

$\Rightarrow$  **Chọn D.**



**Kĩ thuật 12: Tìm nghiệm bất phương trình mũ - logarit.****Phương pháp 1: CALC**

+ **Bước 1:** Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái  $\geq 0$  hoặc Vế trái  $\leq 0$

+ **Bước 2:** Sử dụng chức năng CALC để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán.

**\*Chú ý:** Nếu bất phương trình có nghiệm tập nghiệm là khoảng  $(a; b)$  thì bất phương trình đúng với mọi giá trị thuộc khoảng  $(a; b)$

Nếu khoảng  $(a; b)$  và  $(c; d)$  cùng thỏa mãn mà  $(a; b) \subset (c; d)$  thì  $(c; d)$  là đáp án chính xác.

**Phương pháp 2: MODE 7**

+ **Bước 1:** Chuyển bài toán bất phương trình về bài toán xét dấu bằng cách chuyển hết các số hạng về vế trái. Khi đó bất phương trình sẽ có dạng Vế trái  $\geq 0$  hoặc Vế trái  $\leq 0$

+ **Bước 2:** Sử dụng chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của máy tính để xét dấu các khoảng nghiệm từ đó rút ra đáp số đúng nhất của bài toán.

**Ví dụ:** Bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}} \left( \log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right) > 0$  có tập nghiệm là :

**A.**  $(-\infty; -2)$

**B.**  $(4; +\infty)$

**C.**  $(-2; 1) \cup (1; 4)$

**D.**  $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

**Lời giải****Cách 1 : CALC**

Nhập vế trái vào máy tính

| Quy trình bấm máy                                                                                                              | Màn hình hiển thị                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\log_{\frac{1}{2}}$ $\left( \log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right)$<br>$\log_{\frac{1}{2}}$ $\left( \log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right)$ | $\log_{\frac{1}{2}} \left( \log_3 \left( \frac{2x+1}{x-1} \right) \right)$                |
| Kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án <b>A</b><br>CALC với giá trị cận trên $x = -2 - 0.1$ ta được                                 |                                                                                           |
| $\text{CALC}$ $=$ $2$ $=$ $0$ $\cdot$ $1$ $=$                                                                                  | $\log_{\frac{1}{2}} \left( \log_3 \left( \frac{2x+1}{x-1} \right) \right)$<br>5.112841081 |

|                                                                                                 |                                                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| Đây là 1 giá trị dương vậy cận trên thỏa mãn                                                    |                                                                                            |
| CALC với giá trị cận dưới $X = -10^5$                                                           |                                                                                            |
| $\boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ $\boxed{1} \boxed{0} \boxed{x^y} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{=}$ | $\log_{\frac{1}{2}} \left( \log_3 \left( \frac{2x+1}{x-1} \right) \right)$<br>0.6644799282 |
| Đây là 1 giá trị dương vậy cận dưới thỏa mãn, đáp án <b>A</b> đúng                              |                                                                                            |

Tương tự như vậy ta kiểm tra tính Đúng Sai của đáp án **B** thì ta thấy **B** cũng đúng **A** đúng **B** đúng vậy **A**  $\cup$  **B** là đúng nhất  $\Rightarrow$  **Chọn D.**

**Cách 2: MODE 7** nhập vế trái vào máy tính Casio

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Màn hình hiển thị                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|------|----|--------|------|--------|----|-------|---|------|-----|--------|---|--------|
| $\boxed{\text{MODE}} \boxed{7} \boxed{\log} \boxed{1} \boxed{\downarrow} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{\log} \boxed{3} \boxed{\rightarrow}$<br>$\boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{\downarrow} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{1}$ | $f(X) = \log_3 \left( \frac{2X+1}{X-1} \right)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
| Quan sát các cận của đáp số là $-2; 4; 1$ nên ta phải thiết lập miền giá trị của $X$ sao cho $X$ chạy qua các giá trị này. Ta thiết lập Start $-4$ End $5$ Step $0.5$                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
| $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{-}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$ $\boxed{0}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$                                                                                                                                                                        | <div> <table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>F(X)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-3</td> <td>2.2996</td> </tr> <tr> <td>-2.5</td> <td>3.0404</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>ERROR</td> </tr> </tbody> </table> </div> <div> <table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>F(X)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3.5</td> <td>-0.082</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0.0655</td> </tr> </tbody> </table> </div> | X | F(X) | -3 | 2.2996 | -2.5 | 3.0404 | -2 | ERROR | X | F(X) | 3.5 | -0.082 | 4 | 0.0655 |
| X                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | F(X)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
| -3                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 2.2996                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
| -2.5                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 3.0404                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
| -2                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ERROR                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
| X                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | F(X)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
| 3.5                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | -0.082                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |
| 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.0655                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |   |      |    |        |      |        |    |       |   |      |     |        |   |        |

Quan sát bảng giá trị ta thấy rõ ràng hai khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(4; +\infty)$  làm cho dấu của vế trái dương  $\Rightarrow$  **Chọn D.**

**Kỹ thuật 13: Tính giá trị biểu thức mũ - logarit.**

**Phương pháp**

+ **Bước 1**: Dựa vào hệ thức điều kiện buộc của đề bài chọn giá trị thích hợp cho biến

+ **Bước 2**: Tính các giá trị liên quan đến biến rồi gán vào  $A, B, C$  nếu các giá trị tính được lẻ

+ **Bước 3**: Quan sát 4 đáp án và chọn chính xác

**Ví dụ 1:** Cho  $a = \log_{27} 5; b = \log_8 7; c = \log_2 3$ . Tính  $\log_{12} 35$  theo  $a, b, c$ ?

**A.**  $\frac{3b + 2ac}{c + 2}$

**B.**  $\frac{3b + 3ac}{c + 2}$

**C.**  $\frac{3b + 2ac}{c + 3}$

**D.**  $\frac{3b + 3ac}{c + 1}$

**Lời giải**

$\log_{27} 5$  **SHIFT** **RCL** **(←)** (Gán giá trị này cho A)

$\log_8 7$  **SHIFT** **RCL** **0,00** (Gán giá trị này cho B)

$\log_2 3$  **SHIFT** **RCL** **hyp** (Gán giá trị này cho C)

$\log_{12} 35$  **SHIFT** **RCL** **—** **sin** (Gán giá trị này cho D)

Và nhập vào màn hình  $D - \frac{3B + 2AC}{C + 2}$  ấn “=”.

**ALPHA** **sin** **—** **□** **3** **ALPHA** **0,00** **+** **2** **ALPHA** **(←)** **ALPHA** **hyp** **▼** **ALPHA** **hyp** **+** **2** **=** Đáp án bằng 0,21, loại A

Nhập biểu thức  $D - \frac{3B + 3AC}{C + 2}$

**ALPHA** **sin** **—** **□** **3** **ALPHA** **0,00** **+** **3** **ALPHA** **(←)** **ALPHA** **hyp** **▼** **ALPHA** **hyp** **+** **2** **=**  
Đáp án bằng 0

⇒ **Chọn B.**

**Ví dụ 2:** Cho  $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y)$  Giá trị của tỉ số  $\frac{x}{y}$  là

**A.**  $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$

**B.**  $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

**C.** 1

**D.** 2

**Lời giải**

Từ đẳng thức  $\log_9 x = \log_{12} y \Rightarrow y = 12^{\log_9 x}$ . Thay vào hệ thức  $\log_9 x = \log_{16} (x + y)$  ta được :  $\log_9 x - \log_{16} (x + 12^{\log_9 x}) = 0$

Ta có thể dò được nghiệm phương trình  $\log_9 x - \log_{16} (x + 12^{\log_9 x}) = 0$  bằng chức năng SOLVE

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Màn hình hiển thị                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| $\log_{\square}$ <b>9</b> <b>▶</b> <b>ALPHA</b> <b>)</b> <b>▶</b> <b>—</b> $\log_{\square}$ <b>1</b> <b>6</b> <b>▶</b> <b>ALPHA</b> <b>)</b> <b>+</b> <b>1</b> <b>2</b> <b>x<sup>■</sup></b> $\log_{\square}$ <b>9</b> <b>▶</b> <b>ALPHA</b> <b>)</b> <b>▶</b> <b>▶</b> <b>▶</b> <b>SHIFT</b> <b>CALC</b> <b>1</b> <b>=</b> | $\log_9(X) - \log_{16}(X + 12^{\log_9 X}) = 0$<br>X= 39.4622117<br>L-R= 0 |
| Lưu nghiệm này vào giá trị A<br><b>SHIFT</b> <b>RCL</b> <b>(←)</b>                                                                                                                                                                                                                                                          | Ans→A<br>39.4622117                                                       |
| Tính được giá trị $y = 12^{\log_9 x}$<br><b>1</b> <b>2</b> <b>x<sup>■</sup></b> $\log_{\square}$ <b>9</b> <b>▶</b> <b>ALPHA</b> <b>(←)</b> <b>=</b>                                                                                                                                                                         | $12^{\log_9(A)}$<br>63.8511998                                            |

|                                       |                               |
|---------------------------------------|-------------------------------|
| Lưu giá trị $y$ này vào biến $B$<br>  | Ans→B<br>63.8511998           |
| Tỉ số $\frac{x}{y} = \frac{A}{B}$<br> | $\frac{A}{B}$<br>0.6180339887 |

Ta thấy  $0,6180339887 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow$  **Chọn B.**

**Kỹ thuật 14: So sánh lũy thừa các số, tìm số chữ số của một lũy thừa**

**Phương pháp:**

Phần nguyên của một số: số  $N$  được gọi là phần nguyên của một số

$A$  nếu  $N \leq A < N + 1$ . Kí hiệu  $N = [A]$ .

Phím Int: Phần nguyên của một số.

Số chữ số của một số nguyên dương:  $[ \log A ] + 1$ .

**Ví dụ 1:** So sánh nào sau đây là đúng?

**A.**  $11^{2003} > 9^{2500}$

**B.**  $23^{693} < 25^{600}$

**C.**  $29^{445} < 31^{523}$

**D.**  $29^{445} > 31^{523}$

**Bài giải**

| Quy trình bấm máy                                                                                                     | Màn hình hiển thị         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| Số chữ số của $11^{2003}$ và $9^{2500}$ trong hệ thập phân lần lượt là :                                              |                           |
|                                                                                                                       | Int(2003log(11))▶<br>2086 |
|                                                                                                                       |                           |
|                                                                                                                       | Int(2500log(9))▶<br>2386  |
| Số chữ số của $9^{2500}$ nhiều hơn số chữ số của $11^{2003}$ nên $9^{2500} > 11^{2003}$<br>$\Rightarrow$ <b>A sai</b> |                           |
| Số chữ số của $23^{693}$ và $25^{600}$ trong hệ thập phân lần lượt là :                                               |                           |

|                                                                                                                     |                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| $\text{ALPHA} \quad + \quad 6 \quad 9 \quad 3 \quad \log \quad 2 \quad 3 \quad ) \quad ) \quad + \quad 1 \quad =$   | $\text{Int}(693\log(23)) \rightarrow$<br>944 |
| $\text{ALPHA} \quad + \quad 6 \quad 0 \quad 0 \quad \log \quad 2 \quad 5 \quad ) \quad ) \quad + \quad 1 \quad =$   | $\text{Int}(600\log(25)) \rightarrow$<br>839 |
| Số chữ số của $23^{693}$ nhiều hơn số chữ số của $25^{600}$ nên $23^{693} > 25^{600}$<br>$\Rightarrow$ <b>B sai</b> |                                              |
| Số chữ số của $29^{445}$ và $31^{523}$ trong hệ thập phân lần lượt là:                                              |                                              |
| $\text{ALPHA} \quad + \quad 6 \quad 9 \quad 3 \quad \log \quad 2 \quad 3 \quad ) \quad ) \quad + \quad 1 \quad =$   | $\text{Int}(445\log(29)) \rightarrow$<br>651 |
| $\text{ALPHA} \quad + \quad 6 \quad 0 \quad 0 \quad \log \quad 2 \quad 5 \quad ) \quad ) \quad + \quad 1 \quad =$   | $\text{Int}(523\log(31)) \rightarrow$<br>780 |
| Số chữ số của $29^{445}$ nhỏ hơn số chữ số của $31^{523}$ nên $29^{445} < 31^{523}$<br>$\Rightarrow$ <b>Chọn C</b>  |                                              |

**Ví dụ 2:** Gọi  $m$  là số chữ số cần dùng khi viết số  $2^{30}$  trong hệ thập phân và  $n$  là số chữ số cần dùng khi viết số  $30^2$  trong hệ nhị phân. Ta có tổng  $m + n$  là

**A.** 18                      **B.** 20                      **C.** 19                      **D.** 21

**Lời giải**

Đặt  $2^{30} = 10^k \Leftrightarrow k = \log 2^{30}$ . Số chữ số của  $2^{30}$  trong hệ thập phân là  $[k] + 1$

| Quy trình bấm máy                                                                                 | Màn hình hiển thị                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| $\text{ALPHA} \quad + \quad 3 \quad 0 \quad \log \quad 2 \quad ) \quad ) \quad + \quad 1 \quad =$ | $\text{Int}(30\log(2))+1 \rightarrow$<br>10 |

Vậy số chữ số của  $2^{30}$  trong hệ thập phân là 10

Đặt  $30^2 = 900 = 2^h \Leftrightarrow h = \log_2 900$ . Số chữ số của  $30^2$  trong hệ nhị phân là  $[h] + 1$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                       | Màn hình hiển thị                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| $\text{ALPHA} \quad + \quad \log_2 \quad 2 \quad \rightarrow \quad 9 \quad 0 \quad 0 \quad \rightarrow \quad ) \quad + \quad 1 \quad =$ | $\text{Int}(\log_2(900))+1 \rightarrow$<br>10 |

Vậy số chữ số của  $30^2$  trong hệ nhị phân là 10  $\Rightarrow m + n = 10 + 10 = 20$

$\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 3:** Nhà toán học Pháp Pierre de Fermat là người đầu tiên đưa ra khái niệm số Fermat  $F_n = 2^{2^n} + 1$  là một số nguyên tố với  $n$  là số dương không âm. Hãy tìm số chữ số của  $F_{13}$  trong hệ nhị phân?

A. 1243

B. 1234

C. 2452

D. 2467

**Lời giải**

Số  $F_{13}$  có dạng  $2^{2^{13}} + 1$ . Ta thấy số  $2^{2^{13}} + 1$  không thể tận cùng là 9 nên số chữ số của  $2^{2^{13}} + 1$  cũng chính là số chữ số của  $2^{2^{13}}$  trong hệ thập phân.

Đặt  $2^{2^{13}} = 10^k \Leftrightarrow k = 2^{13} \log(2)$ .

Số chữ số của  $2^{2^{13}}$  trong hệ thập phân là  $[k] + 1$

| Quy trình bấm máy                        | Màn hình hiển thị                   |
|------------------------------------------|-------------------------------------|
| ALPHA + 2 $x^y$ 1 3 ► log 2 ) )<br>+ 1 = | Int( $2^{16} \log(2)$ ) + 1<br>2467 |

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Kỹ thuật 15: Tìm số ước tự nhiên của 1 số nguyên:**

+ Phân tích số ra thừa số nguyên tố dạng:  $A = a^m \cdot b^n \cdot c^p \dots$

Để phân tích ra thừa số nguyên tố ta nhập số đó bấm dấu  $\equiv$  sau đó bấm phím  $\text{SHIFT}$   $\leftarrow$

+ Số ước tự nhiên của số  $A$  là  $(m+1)(n+1)(p+1)$

**Ví dụ:** Số 121500 có bao nhiêu ước tự nhiên?

A. 72

B. 30

C. 36

D. 142

**Lời giải**

| Quy trình bấm máy                                | Màn hình hiển thị                     |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 2 1 5 0 0 $\equiv$ $\text{SHIFT}$ $\leftarrow$ | 121500<br>$2^2 \times 3^5 \times 5^3$ |

Do đó  $121500 = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^3$ .

Vậy số ước tự nhiên của 121500 là  $(2+1)(5+1)(3+1) = 72 \Rightarrow$  Chọn A.

**Kỹ thuật 16: Tính nguyên hàm****Phương pháp:**

- + Tính giá trị hàm số tại 1 điểm thuộc tập xác định
- + Tính đạo hàm các đáp án tại điểm đó

Lấy  $f(A) - \frac{d}{dx}(F(x)) \Big|_{x=A}$  CALC giá trị bất kì thuộc tập xác định. Nếu đáp án nào bằng 0 thì chọn đáp án đó.

**Ví dụ:** Tìm nguyên hàm của  $\int \frac{-2}{x(1+\ln x)^2} dx$  ?

- A.  $\frac{1+\ln x}{1-\ln x} + C$       B.  $\frac{1-\ln x}{1+\ln x} + C$       C.  $\frac{-1+\ln x}{1+\ln x} + C$       D.  $\frac{1+\ln x}{-1+\ln x} + C$

**Lời giải**

Tính giá trị  $\frac{-2}{x(1+\ln x)^2}$  tại điểm bất kì thuộc tập xác định ví dụ

chọn  $X=3$  và lưu thành biến A

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                          | Màn hình hiển thị                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| $\boxed{\frac{\square}{\square}} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\nabla} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{(} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\ln} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{\text{CALC}} \boxed{3} \boxed{=}$ | $\frac{-2}{x(1+\ln(x))^2}$ <p>-0.1513715708</p> |
| $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(-)}$                                                                                                                                                                                      | <p>Ans→A</p> <p>-0.1513715708</p>               |

Kiểm tra đáp án A. Lấy  $A - \frac{d}{dx} \left( \frac{1+\ln X}{1-\ln X} \right) \Big|_{X=3}$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Màn hình hiển thị                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\boxed{-} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\int} \boxed{\frac{\square}{\square}} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\ln} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{\nabla} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{\ln} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{3} \boxed{=}$ | $\text{Ans} - \frac{d}{dx} \left( \frac{1+\ln(X)}{1-\ln(X)} \right)$ <p>-68.70756007</p> |

Kết quả khác 0 nên loại đáp án A

Kiểm tra đáp án B. Lấy  $A - \frac{d}{dx} \left( \frac{1-\ln X}{1+\ln X} \right) \Big|_{X=3}$





|                                                                             |                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Lưu vào biến A $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{\text{(-)}}$ | Ans $\rightarrow$ A<br>-0.166666589       |
| Sau đó trừ đi các đáp án                                                    | A+1 $\div$ 6<br>7.755105 $\times 10^{-9}$ |

Kết quả bằng 0  $\Rightarrow$  **Chọn A**

**Ví dụ 2:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \ln(x+1)$ ,  $y = \ln 2 \cdot \sqrt{x}$ ,  $x = 2$ ?

**A.**  $\ln \sqrt[3]{16} \cdot (\sqrt{2} + 1) - 3 \ln 3 + 1$

**B.**  $-\frac{4}{3} \ln 2 \cdot (\sqrt{2} + 1) + 3 \ln 3 - 1$

**C.**  $\ln \frac{16}{27} + \frac{4}{3} \sqrt{2} \ln 2 + 1$

**D.**  $\ln \frac{\sqrt[3]{16}}{27} + \frac{4}{3} \ln 2 \sqrt{2} + 1$

### Lời giải

Cận đầu tiên là  $x = 2$ . Dùng chức năng SHIFT SOLVE giải phương trình hoành độ giao điểm  $\Leftrightarrow \ln(x+1) - \ln 2 \cdot \sqrt{x} = 0$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                          | Màn hình hiển thị                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| $\boxed{\ln} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{\ln} \boxed{2} \boxed{\sqrt{}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\rightarrow} \boxed{)} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$ | $\ln(X+1) - \ln(2\sqrt{X})$<br>X=<br>L-R=<br>1<br>0 |

Ta được nghiệm  $x = 1$ . Vậy ta tìm được hai cận  $x = 1; x = 2$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai hàm số  $y = \ln(x+1)$ ,  $y = \ln 2 \cdot \sqrt{x}$  và hai

đường thẳng  $x = 1; x = 2$  là  $S = \int_1^2 |\ln(x+1) - \ln 2 \cdot \sqrt{x}| dx$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Màn hình hiển thị                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| $\boxed{\int} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{\ln} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{\ln} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{\times} \boxed{\sqrt{}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\nabla} \boxed{1} \boxed{\blacktriangle} \boxed{2} \boxed{=}$ | $\int_1^2  \ln(X+1) - \ln(2\sqrt{X})  dx$<br>0.0646297673 |

Lưu kết quả vừa tìm được vào biến A sau đó trừ đi các kết quả ở các đáp án kết quả nào bằng 0 thì chọn.

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                | Màn hình hiển thị                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| <b>SHIFT</b> <b>RCL</b> <b>(←)</b>                                                                                                                                                                                                                                               | Ans→A<br>0.0646297673                                       |
| Thay đáp án A<br><b>ALPHA</b> <b>(←)</b> <b>=</b> <b>(←)</b> <b>ln</b> <b>SHIFT</b> <b>√</b> <b>1</b> <b>6</b> <b>▶</b> <b>(←)</b><br><b>√</b> <b>2</b> <b>▶</b> <b>+</b> <b>1</b> <b>)</b> <b>=</b> <b>3</b> <b>ln</b> <b>3</b> <b>)</b> <b>+</b><br><b>1</b> <b>)</b> <b>=</b> | $A - (\ln(\sqrt[3]{16}(\sqrt{2}+1)) - 1.267102834$          |
| Kết quả khác 0 nên loại A, tiếp theo thay đáp án B                                                                                                                                                                                                                               |                                                             |
| <b>ALPHA</b> <b>(←)</b> <b>=</b> <b>(←)</b> <b>=</b> <b>4</b> <b>▼</b> <b>3</b> <b>▶</b> <b>ln</b> <b>2</b><br><b>)</b> <b>(←)</b> <b>√</b> <b>2</b> <b>▶</b> <b>+</b> <b>1</b> <b>)</b> <b>+</b> <b>3</b> <b>ln</b> <b>3</b> <b>)</b><br><b>=</b> <b>1</b> <b>)</b> <b>=</b>    | $A - (-\frac{4}{3}\ln(2)(\sqrt{2}+1) - 1.5 \times 10^{-14}$ |

Kết quả bằng 0  $\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 3:** Cho  $D$  là miền hình phẳng giới hạn bởi :

$y = \sqrt{\sin x}; y = 0; x = 0; x = \frac{\pi}{2}$ . Khi  $D$  quay quanh  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay thu được là

**A.** 1

**B.**  $\pi$

**C.**  $2\pi$

**D.** 2

**Lời giải**

Hàm thứ nhất :  $y = \sqrt{\sin x}$ , hàm thứ hai :  $y = 0$

Cận thứ nhất :  $x = 0$ , cận thứ hai :  $x = \frac{\pi}{2}$

$$\text{Thể tích } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \left( \sqrt{\sin x} \right)^2 - 0^2 \right| dx$$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Màn hình hiển thị                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>4</b> <b>SHIFT</b> <b><math>\times 10^x</math></b> <b><math>\int \frac{\square}{\square}</math></b> <b>SHIFT</b> <b>hyp</b> <b>sin</b> <b>ALPHA</b> <b>)</b><br><b>)</b> <b>▼</b> <b>0</b> <b>▲</b> <b><math>\frac{\square}{\square}</math></b> <b>SHIFT</b> <b><math>\times 10^x</math></b> <b>▼</b> <b>2</b> <b>=</b> | $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}}  \sin(X)  dx \quad \pi$ |

$\Rightarrow V = \pi \Rightarrow$  **Chọn B**

**Ví dụ 4:** Biết  $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính

$$S = a + b + c$$

**A.**  $S = 6$

**B.**  $S = 2$

**C.**  $S = -2$

**D.**  $S = 0$

**Lời giải**

Tính tích phân  $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x}$  và lưu vào biến  $A$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                       | Màn hình hiển thị |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
|                                                                                                                                                         |                   |
|                                                                                                                                                         |                   |
| Khi đó $A = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5 \Leftrightarrow A = \ln(2^a \cdot 3^b \cdot 5^c) \Leftrightarrow 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c = e^A = \frac{16}{15}$ |                   |
|                                                                                                                                                         |                   |

Ta có:  $\frac{16}{15} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 5} = 2^4 \cdot 3^{-1} \cdot 5^{-1} = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \Rightarrow a = 4; b = -1; c = -1 \Rightarrow S = 2$

$\Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 5:** Cho  $I = \int_1^2 \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ). Tính giá trị của biểu thức  $a + 2b - 3c$ .

**A.** 0

**B.** 1

**C.** 2

**D.** 3

**Lời giải**

Tính giá trị tích phân  $I = \int_1^2 \ln(x+1) dx$  rồi lưu vào biến  $A$

| Quy trình bấm máy | Màn hình hiển thị |
|-------------------|-------------------|
|                   |                   |



**Lời giải**

Bấm **MODE** **2** và ấn **SHIFT** **2** **2**.

Nhập như sau:  $\text{conj}(i(3i+1))$  và ấn **=**.

| Quy trình bấm máy                                                                                                               | Màn hình hiển thị                                                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>MODE</b> <b>2</b> <b>SHIFT</b> <b>2</b> <b>2</b> <b>ENG</b> <b>(</b> <b>3</b> <b>ENG</b> <b>+</b> <b>1</b> <b>)</b> <b>=</b> | <div>CMPLX <math>\frac{1}{i}</math> Math <math>\blacktriangle</math></div> <div>Conjg(i(3i+1))</div> <div>-3-i</div> |

$\Rightarrow z - 3 - i \Rightarrow$  **Chọn D.**

**Ví dụ 2:** Tìm môđun của số phức thỏa mãn  $(1-3i)z + 3i = 7i - 2$

- A.**  $|z| = 1$      
 **B.**  $|z| = 4$      
 **C.**  $|z| = \sqrt{2}$      
 **D.**  $|z| = \frac{\sqrt{5}}{3}$

**Lời giải**

Chuyển  $z$  về dạng  $z = \frac{7i - 2 - 3i}{1 - 3i}$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                        | Màn hình hiển thị                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>MODE</b> <b>2</b> <b>SHIFT</b> <b>hyp</b> $\frac{1}{i}$ <b>7</b> <b>ENG</b> <b>-</b> <b>2</b> <b>-</b> <b>3</b> <b>ENG</b><br><b>▼</b> <b>1</b> <b>-</b> <b>3</b> <b>ENG</b> <b>=</b> | <div>CMPLX <math>\frac{1}{i}</math> Math <math>\blacktriangle</math></div> <div><math>\left  \frac{7i-2-3i}{1-3i} \right </math></div> <div><math>\sqrt{2}</math></div> |

Vậy  $|z| = \sqrt{2} \Rightarrow$  **Chọn C.**

**Ví dụ 3:** Nếu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 1$  thì phần thực của  $\frac{1}{1-z}$  bằng

- A.**  $\frac{1}{2}$      
 **B.**  $-\frac{1}{2}$      
 **C.** 2     
 **D.** -1

**Lời giải**

Đặt số phức  $z = a + bi$  thì  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 1$

Chọn  $a = 0.5 \Rightarrow \sqrt{0.5^2 + b^2} = 1$ . Sử dụng chức năng **SHIFT SOLVE** để tìm  $b$  và lưu giá trị này vào  $B$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                      | Màn hình hiển thị                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>MODE</b> <b>1</b> $\sqrt{\square}$ <b>0</b> <b>.</b> <b>5</b> $x^2$ <b>+</b> <b>ALPHA</b> <b>)</b> $x^2$ <b>▶</b><br><b>-</b> <b>1</b> <b>SHIFT</b> <b>CALC</b> <b>0</b> <b>.</b> <b>5</b> <b>=</b> | <div><math>\frac{1}{i}</math> Math <math>\blacktriangle</math></div> <div><math>\sqrt{0.5^2 + x^2} - 1</math></div> <div>X= 0.8660254038</div> <div>L-R= 0</div> |

|                 |                       |
|-----------------|-----------------------|
| SHIFT RCL 0.999 | Ans→B<br>0.8660254038 |
|-----------------|-----------------------|

Trở lại chế độ CMPLX để tính giá trị  $\frac{1}{1-z}$  :

| Quy trình bấm máy                                 | Màn hình hiển thị                                          |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| MODE 2 MODE 1 1 1 - ( 0 . 5 + ALPHA 0.999 ENG ) = | CMPLX 1<br>1 - (0.5 + Bi)<br>$\frac{1}{2} + 0.8660254038i$ |

Vậy phần thực của  $z$  là  $\frac{1}{2} \Rightarrow$  **Chọn A**

### Kỹ thuật 19: Tìm căn bậc hai số phức

Phương pháp

**Cách 1:** Để máy ở chế độ MODE 2. Bình phương các đáp án xem đáp án nào trùng với số phức đề cho.

**Cách 2:** Để máy ở chế độ MODE 2.  
+ Nhập số phức  $z$  bằng để lưu vào **Ans**  
+ Viết lên màn hình:

|                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <div> CMPLX Math<br/> <math>\sqrt{ Ans } \angle \frac{\arg(Ans)}{2}</math> </div> <div> √ SHIFT hyp Ans → → SHIFT (→) 2 1 Ans ) MODE 2 </div> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

+ Nhấn  $\equiv$  được một trong hai căn bậc hai của số phức  $z$ .  
căn bậc hai còn lại ta đảo dấu cả phần thực và phần ảo.

**Cách 3:** Để chế độ MODE 1.

+ Ấn SHIFT + sẽ xuất hiện và nhập **Pol**( phần thực, phần ảo) và sau đó ấn  $\equiv$ . Lưu ý dấu “,” là SHIFT ) .

+ Ấn tiếp SHIFT - sẽ xuất hiện và nhập  $\text{Rec}\left(\sqrt{X}, \frac{Y}{2}\right)$  sau đó ấn  $\equiv$  thì được lần lượt phần thực, phần ảo của căn bậc hai số phức.

**Ví dụ:** Tìm một căn bậc hai của số phức  $(1 - 2i)z = 4i - 2 - (2i + 9)$ .

**A.**  $2 + 2i$

**B.**  $1 - 2i$

**C.**  $1 + 2i$

**D.**  $-1 - 2i$

*Lời giải*

Để chế độ **MODE** **2** thu gọn số phức

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                   | Màn hình hiển thị                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| $\boxed{\text{AC}} \boxed{\text{CE}} \boxed{4} \boxed{\text{ENG}} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{-} \boxed{(} \boxed{2} \boxed{\text{ENG}} \boxed{+} \boxed{9} \boxed{)} \boxed{\downarrow} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\text{ENG}} \boxed{=}$ | $\frac{4i - 2 - (2i + 9)}{1 - 2i}$ $-3 - 4i$ |

Sau đó rút gọn  $z$  về dạng tối giản  $z = -3 - 4i$ .

**Cách 1:** Bình phương các đáp án ta được đáp án B.

**Cách 2:** Bật chế độ **MODE** **2**.

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                           | Màn hình hiển thị                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $\boxed{\sqrt{\square}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{\text{Ans}} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(-)} \boxed{\text{CE}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{\text{Ans}} \boxed{)} \boxed{\downarrow} \boxed{2} \boxed{=}$ | $\sqrt{ \text{Ans} } \angle \frac{\arg(\text{Ans})}{2}$ $1 - 2i$ |

Vậy số phức có một căn bậc hai là  $z = 1 - 2i \Rightarrow$  **Chọn B.**

**Cách 3:** Bật lại chế độ **MODE** **1**.

Bấm  $\text{Pol}(-3, -4)$  bấm  $\boxed{=}$  tiếp tục bấm  $\text{Rec}(\sqrt{X}, Y : 2)$  bấm  $\boxed{=}$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                              | Màn hình hiển thị                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{+} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{)} \boxed{=}$                                                                                                    | $\text{Pol}(-3, -4)$ $r=5, \theta=-126.8698$ |
| $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{-} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{)} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{S}\div} \boxed{\div} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{=}$ | $\text{Rec}(\sqrt{X}, Y:2)$ $X=1, Y=-2$      |

Vậy số phức có một căn bậc hai là  $z = 1 - 2i \Rightarrow$  **Chọn B.**

**Kỹ thuật 20: Chuyển số phức về dạng lượng giác**

**Phương pháp:**

Bật chế độ **MODE** **2**. Nhập số phức vào màn hình rồi ấn  $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{3}$  được  $r \angle \theta$ . Trong đó  $r$  là môđun,  $\theta$  là góc lượng giác.

Ngược lại, bấm  $r \angle \theta$  rồi bấm  $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{4}$ .

**Ví dụ:** Cho số phức  $z = 1 + \sqrt{3}i$ . Tìm góc lượng giác của số phức  $z$ ?

A.  $\frac{\pi}{6}$

B.  $\frac{\pi}{2}$

C.  $\frac{\pi}{3}$

D.  $\frac{\pi}{4}$

### Lời giải

Bật chế độ **MODE** **2** sau đó nhập số phức vào màn hình và bấm **SHIFT** **2** **3** để chuyển sang Radian bấm **SHIFT** **MODE** **4**

| Quy trình bấm máy                                                                                                                              | Màn hình hiển thị                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>MODE</b> <b>2</b> <b>1</b> <b>+</b> <b><math>\sqrt{\square}</math></b> <b>3</b> <b>▶</b> <b>ENG</b> <b>SHIFT</b> <b>2</b> <b>3</b> <b>=</b> | <div>CMPLX <math>\square</math> Math <math>\blacktriangle</math></div> <div><math>1 + \sqrt{3}i \rightarrow r\angle\theta</math></div> <div>2 <math>\angle</math> 60</div>             |
| <b>SHIFT</b> <b>MODE</b> <b>4</b>                                                                                                              | <div>CMPLX <math>\square</math> Math <math>\blacktriangle</math></div> <div><math>1 + \sqrt{3}i \rightarrow r\angle\theta</math></div> <div>2 <math>\angle \frac{1}{3}\pi</math></div> |

$\Rightarrow$  **Chọn C**

**Kỹ thuật 21:** Biểu diễn hình học của số phức. Tìm quỹ tích các điểm biểu diễn số phức

### Phương pháp

Đặt  $z = x + yi$ , biểu diễn số phức theo yêu cầu đề bài, từ đó khử  $i$  và thu về một hệ thức mới:

+ Nếu hệ thức có dạng  $Ax + By + C = 0$  thì tập hợp điểm là đường thẳng

+ Nếu hệ thức có dạng  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  thì tập hợp điểm là đường tròn tâm  $I(a; b)$  bán kính  $R$

+ Nếu hệ thức có dạng  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  thì tập hợp điểm có dạng một Elip

+ Nếu hệ thức có dạng  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  thì tập hợp điểm là một Hyperbol

+ Nếu hệ thức có dạng  $y = Ax^2 + Bx + C$  thì tập hợp điểm là một Parabol

+ Tìm điểm đại diện thuộc quỹ tích cho ở đáp án rồi thế ngược vào đề bài, nếu thỏa mãn thì là đúng

**Đường thẳng thay 2 điểm, đường cong thay 3 điểm.**

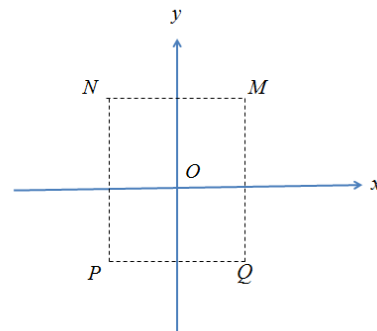


**Ví dụ 1:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+i)z = 3-i$  Hỏi điểm biểu diễn số phức  $z$  là điểm nào trong các điểm  $M, N, P, Q$

- A. điểm  $P$                       B. điểm  $Q$   
C. điểm  $M$                       D. điểm  $N$

**Lời giải**

Sử dụng máy tính Casio trong môi trường CMPLX để tìm  $z$



| Quy trình bấm máy                                                                                                                                       | Màn hình hiển thị                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\boxed{\text{MODE}} \boxed{2} \boxed{\text{=}} \boxed{3} \boxed{-} \boxed{\text{ENG}} \boxed{\nabla} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} \boxed{=}$ | <div>CMPLX    <math>\text{B}</math>    Math <math>\blacktriangle</math></div> $\frac{3-i}{1+i}$ $1-2i$ |

$\Rightarrow z = 1 - 2i$  và điểm biểu diễn  $z$  trong hệ trục thực ảo có tọa độ  $(1; -2)$  Điểm có thực dương và ảo âm sẽ nằm ở góc phần tư thứ IV  $\Rightarrow$  Điểm phải tìm là  $Q \Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 2:** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$

- A.  $4x - 2y + 1 = 0$                       B.  $4x - 2y - 1 = 0$   
C.  $4x + 2y - 1 = 0$                       D.  $4x - 6y - 1 = 0$

**Lời giải**

Gọi số phức  $z$  có dạng  $z = a + bi$ . Ta hiểu: điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z$  thì  $M$  có tọa độ  $M(a; b)$ .

Giả sử đáp án A đúng thì  $M$  thuộc đường thẳng  $4x - 2y + 1 = 0$  thì

$$4a - 2b + 1 = 0$$

Chọn  $a = 1$  thì  $b = \frac{5}{2} \Rightarrow z = 1 + 2.5i$ . Số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$  thì

$$|z - 2 - i| - |\bar{z} + 2i| = 0$$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Màn hình hiển thị                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{\text{ENG}} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{-} \boxed{\text{ENG}} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{\text{ENG}} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{\text{ENG}} \boxed{=}$ | <div>CMPLX    <math>\text{B}</math>    Math <math>\blacktriangle</math></div> $ 1+2.5i-2-i - 1+$ $\frac{\sqrt{13}-\sqrt{5}}{2}$ |

Ta thấy ra một kết quả khác 0 Loại A.

Tương tự với đáp số B chọn  $a = 1$  thì  $b = 1.5$  và  $z = 1 + 1.5i$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                  | Màn hình hiển thị           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| $\text{SHIFT} \text{ hyp } 1 + 1 \cdot 5 \text{ ENG } - 2 - \text{ENG}$<br>$\text{▶} - \text{SHIFT} \text{ hyp } 1 - 1 \cdot 5 \text{ ENG } + 2$<br>$\text{ENG} =$ | $ 1+1.5i-2-i  -  1 $<br>$0$ |

Kết quả ra 0 vậy  $|z-2-i| - |z+2i| = 0 \Rightarrow$  **Chọn B.**

**Ví dụ 3:** Cho các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 4$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $w = (3+4i)z + i$  là một đường tròn. Tính bán kính  $r$  của đường tròn đó.

**A.**  $r = 4$

**B.**  $r = 5$

**C.**  $r = 20$

**D.**  $r = 22$

### Lời giải

Để tìm 1 đường tròn ta cần 3 điểm biểu diễn của  $w$ , vì  $z$  sẽ sinh ra  $w$  nên đầu tiên ta sẽ chọn 3 giá trị đại diện của  $z$  thỏa mãn  $|z| = 4$

+ Chọn  $z = 4 + 0i$  (thỏa mãn  $|z| = 4$ ). Tính  $w_1 = (3+4i)(4+0i) + i$

| Quy trình bấm máy                                | Màn hình hiển thị                 |
|--------------------------------------------------|-----------------------------------|
| $( 3 + 4 \text{ ENG } ) \times 4 + \text{ENG} =$ | $(3+4i) \times 4 + i$<br>$12+17i$ |

Ta có điểm biểu diễn của  $z_1$  là  $M(12;17)$

+ Chọn  $z = 4i$  (thỏa mãn  $|z| = 4$ ). Tính  $w_2 = (3+4i)(4i) + i$

| Quy trình bấm máy                                             | Màn hình hiển thị                   |
|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| $( 3 + 4 \text{ ENG } ) \times 4 \text{ ENG } + \text{ENG} =$ | $(3+4i) \times 4i + i$<br>$-16+13i$ |

Ta có điểm biểu diễn của  $z_2$  là  $N(-16;13)$

Chọn  $z = -4i$  (thỏa mãn  $|z| = 4$ ). Tính  $w_3 = (3+4i)(-4i) + i$

| Quy trình bấm máy        | Màn hình hiển thị           |
|--------------------------|-----------------------------|
| $(3+4i)(-4i)+i$<br>$+ =$ | $(3+4i)(-4i)+i$<br>$16-11i$ |

Ta có điểm biểu diễn của  $z_3$  là  $P(16;-11)$

Vậy ta có 3 điểm  $M, N, P$  thuộc đường tròn biểu diễn số phức  $w$

Đường tròn này sẽ có dạng tổng quát  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ . Để tìm  $a, b, c$  ta sử dụng máy tính Casio với chức năng MODE 5 3

| Quy trình bấm máy                                                   | Màn hình hiển thị     |
|---------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| $(1+2i)^2 - (1+7i)^2 - (1+6i)^2 - (1+3i)^2 - (1+6i)^2 - (1+1i)^2 =$ | $X=$<br>$Y=$<br>$Z=$  |
|                                                                     | $0$<br>$-2$<br>$-399$ |

Phương trình đường tròn :  $x^2 + y^2 - 2y - 399 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 20^2$

Bán kính đường tròn tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w$  là 20

$\Rightarrow$  **Chọn C**

**Kỹ thuật 22: Tìm số phức, giải phương trình số phức.**

**Kỹ thuật CALC và CALC: 100+ 0,01i**

**Phương pháp**

- + Nếu phương trình cho sẵn nghiệm thì thay từng đáp án
- + Nếu phương trình bậc 2,3 chỉ chứa  $z$  với hệ số thực, ta giải như phương trình số thực (nhận cả nghiệm phức).
- + Nếu phương trình chứa cả  $z; \bar{z}; |z|$ ... dùng kỹ thuật CALC với

$X = 100; Y = 0,01$  sau đó phân tích kết quả.

**Ví dụ 1:** Phương trình  $z^2 - (5-i)z + 8-i = 0$  có nghiệm là:

**A.**  $z = 3 + i; z = -3 - i$

**B.**  $z = 1 - 3i; z = -1 + 3i$

**C.**  $z = 3 - 2i; z = 2 + i$

**D.**  $z = 1 + i; z = -1 - i$

**Lời giải**

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                              | Màn hình hiển thị                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| $\text{MODE}$ $\boxed{2}$ $\text{ALPHA}$ $\boxed{)}$ $x^2$ $\boxed{-}$ $\boxed{(}$ $\boxed{5}$ $\boxed{-}$ $\text{ENG}$ $\boxed{)}$ $\text{ALPHA}$ $\boxed{)}$ $\boxed{+}$ $\boxed{8}$ $\boxed{-}$ $\text{ENG}$ $\text{CALC}$ $\boxed{3}$ $\boxed{+}$ $\text{ENG}$ $\boxed{=}$ | $X^2 - (5-i)X + 8 - i$<br>$3i$      |
| Kết quả khác 0 loại A, tiếp theo nhìn sang đáp án B thay $z = 1 - 3i$                                                                                                                                                                                                          |                                     |
| $\boxed{-}$ $\boxed{1}$ $\boxed{+}$ $\boxed{3}$ $\text{ENG}$ $\boxed{=}$                                                                                                                                                                                                       | $X^2 - (5-i)X + 8 - i$<br>$2 - 23i$ |
| Kết quả khác 0 loại B, thay đáp án C thay $z = 3 - 2i$                                                                                                                                                                                                                         |                                     |
| $\text{CALC}$ $\boxed{3}$ $\boxed{-}$ $\boxed{2}$ $\text{ENG}$ $\boxed{=}$                                                                                                                                                                                                     | $X^2 - (5-i)X + 8 - i$<br>$0$       |
| Kết quả bằng 0 thay tiếp $z = 2 + i$                                                                                                                                                                                                                                           |                                     |
| $\text{CALC}$ $\boxed{2}$ $\boxed{+}$ $\text{ENG}$ $\boxed{=}$                                                                                                                                                                                                                 | $X^2 - (5-i)X + 8 - i$<br>$0$       |

$\Rightarrow$  **Chọn C**

**Ví dụ 2:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - z + 1 = 0$ . Giá trị của  $|z_1| + |z_2|$  bằng

- A.** 0                      **B.** 1                      **C.** 2                      **D.** 4

**Lời giải**

Tính nghiệm của phương trình bậc hai  $z^2 - z + 1 = 0$  bằng chức năng MODE 5 3

| Quy trình bấm máy                                                                                                                     | Màn hình hiển thị                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| $\text{MODE}$ $\boxed{5}$ $\boxed{3}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$ $\boxed{-}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ | $X_1 =$<br>$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ |

|  |                                           |
|--|-------------------------------------------|
|  | $X_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ |
|--|-------------------------------------------|

Vậy ta được hai nghiệm  $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  và  $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Tính tổng Môđun của hai số phức trên ta lại dùng chức năng SHIFT HYP

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Màn hình hiển thị                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{l} \text{MODE } 2 \text{ SHIFT hyp } \frac{\square}{\square} 1 \text{ } \downarrow 2 \text{ } \rightarrow + \frac{\square}{\square} \sqrt{\square} \\ 3 \text{ } \downarrow 2 \text{ } \rightarrow \text{ENG } \rightarrow + \text{SHIFT hyp } \frac{\square}{\square} 1 \text{ } \downarrow \\ 2 \text{ } \rightarrow - \frac{\square}{\square} \sqrt{\square} 3 \text{ } \downarrow 2 \text{ } \rightarrow \text{ENG } = \end{array}$ | $\left  \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right  + \left  \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right  = 2$ |

$$\Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Cho số phức thỏa mãn:  $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 11+i$ . Tính  $|z|$  ?

A.  $\sqrt{2}$

B.  $\sqrt{5}$

C.  $\sqrt{10}$

D.  $2\sqrt{2}$

**Lời giải**

Nhập phương trình với  $z = X + Yi$ ;  $\bar{z} = X - Yi$  CALC  $X = 100$ ;  $Y = 0,01$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Màn hình hiển thị                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{l} \text{MODE } 2 \text{ ( } 1 \text{ } + \text{ENG } ) \text{ ( } \text{ALPHA } ) \text{ } + \text{ALPHA } \\ \text{S}\div\text{D } \text{ENG } ) \text{ } + \text{ ( } 2 \text{ } - \text{ENG } ) \text{ ( } \text{ALPHA } ) \\ - \text{ALPHA } \text{S}\div\text{D } \text{ENG } ) \text{ CALC } 1 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } = 0 \text{ } \cdot \\ 0 \text{ } 1 \text{ } = \end{array}$ | $(1+i)(X+Yi) + (2-i)(X-Yi) = 14999 - \frac{1}{100}i$ |
| $\text{S}\div\text{D}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $(1+i)(X+Yi) + (2-i)(X-Yi) = 299.98 - 0.01i$         |

Ta có kết quả vế trái  $299,98 - 0,01i$

Phân tích  $299,98 = 300 - 0,02 = 3x - 2y$  và  $0,01i = yi$

Đồng nhất vế trái và vế phải cho phần thực và phần ảo bằng nhau

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow z = 3 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{10} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 2 :** Xem công thức giải nhanh số phức. Cho số phức  $z$  thỏa mãn:

$$az + b\bar{z} = c \text{ thì : } z = \frac{ca - c\bar{b}}{|a|^2 - |b|^2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Kỹ thuật 23:** Giải phương trình số phức dùng phương pháp lặp Newton

**Phương pháp**

+ Nhập 1 số bất kì sau đó bấm  $\boxed{=}$  máy tính cho kết quả đó là  $\boxed{\text{Ans}}$

+ Sau đó nhập  $\boxed{\text{Ans} - \frac{f(\text{Ans})}{f'(\text{Ans})}}$  bấm dấu  $\boxed{=}$  liên tiếp cho đến khi kết quả

không thay đổi ta được 1 nghiệm.

+ Tìm nghiệm còn lại ta dựa vào Vi-et:  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

**Ví dụ:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn :  $z^2 + (2 + 3i)z - 4 + 18i = 0$ . Tính giá trị  $|z_1|^2 + 2|z_2|^2$ .

**A.** 8.

**B.** 34.

**C.** 54.

**D.** 27.

**Lời giải**

Nhập 1 số bất kì ví dụ nhập 1  $\boxed{=}$

Sau đó nhập  $\boxed{\text{Ans} - \frac{f(\text{Ans})}{f'(\text{Ans})}}$  bấm dấu  $\boxed{=}$  liên tiếp đến khi kết quả không thay đổi sẽ tìm được nghiệm.

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Màn hình hiển thị                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| $\boxed{\text{MODE}} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{=}$<br>$\boxed{3} \boxed{\text{ENG}} \boxed{)} \boxed{\text{Ans}} \boxed{-} \boxed{4} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{8} \boxed{\text{ENG}} \boxed{\nabla} \boxed{2} \boxed{\text{Ans}}$<br>$\boxed{+} \boxed{2} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{\text{ENG}}$ | $\frac{z^2 + (2+3i)z - 4 + 18i}{2z + 2 + 3i}$                                         |
| $\boxed{=}$                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\text{Ans} - \frac{\text{Ans}^2 + (2+3i)\text{Ans} - 4 + 18i}{2\text{Ans} + 2 + 3i}$ |
| $\boxed{=}$                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\text{Ans} - \frac{\text{Ans}^2 + (2+3i)\text{Ans} - 4 + 18i}{2\text{Ans} + 2 + 3i}$ |



Vector?  
1: VctA 2: VctB  
3: VctC

Nhập dữ liệu cho từng vector: Chọn **[1]** để nhập cho Vector A.

VctA(m) m?  
1: 3 2: 2

Chọn **[1]** để chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ .

A [ ] VCT [ ]  
[ ] [ ]  
[ ]

Ví dụ  $\vec{a} = (1; 2; 3)$ ,  $\vec{b} = (3; 2; 1)$ ;  $\vec{c} = (4; 5; 6)$

Nhập  $\vec{a} = (1; 2; 3)$  thì bấm **[1] [=] [2] [=] [3] [=]**.

Để nhập tiếp dữ liệu cho vecto B thì bấm

**[MODE] [8] [2] [1] [3] [=] [2] [=] [1] [=]**

B [ ] VCT [ ]  
[ ] [ ]  
[ ]

Tính tích có hướng của vecto A và B bấm như sau:

**[AC] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [4] [=]**

AnS VCT [ ]  
[ ] [ ] -4]  
-4

Tính tích vô hướng của hai vecto A và B bấm như sau:

**[AC] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [7] [SHIFT] [5] [4] [=]**

VctA.VctB  
10

Để tính tích hỗn tạp của ba vecto thì sẽ nhập thêm dữ liệu cho vecto C.

**[AC] [SHIFT] [5] [1] [3] [1] [4] [=] [5] [=] [6] [=]**

C [ ] VCT [ ]  
[ ] 4 5 [ ]  
6



AC ( ) SHIFT 5 3 X SHIFT 5 4 ) SHIFT 5 7 SHIFT 5 5 =

(VctA×VctB)·VctC  
0

Để tính độ dài vecto A, bấm SHIFT hyp SHIFT 5 3 =

Abs(VctA)  
3.741657387

**Ví dụ 1:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho  $A(1;2;0)$ ,  $B(3;-1;1)$ ,  $C(1;1;1)$ .  
Tính diện tích  $S$  của tam giác  $ABC$ .

**A.**  $S = \sqrt{3}$

**B.**  $S = \sqrt{2}$

**C.**  $S = \frac{1}{2}$

**D.**  $S = 1$

**Lời giải**

Nhập 2 vecto  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  vào máy tính Casio

| Quy trình bấm máy                                    | Màn hình hiển thị                                                                                   |
|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MODE 8 1 1 2 = - 3 = 1 = MODE<br>8 2 1 0 = - 1 = 1 = | <div>VCT</div> <div>A [ 2 -3 ]</div> <div>1</div> <div>VCT</div> <div>B [ 0 -1 ]</div> <div>1</div> |

Diện tích tam giác  $ABC : S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|$

| Quy trình bấm máy                             | Màn hình hiển thị                                                 |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| ON SHIFT hyp SHIFT 5 3 X SHIFT 5 4<br>) ÷ 2 = | <div>VCT</div> <div>Abs(VctA×VctB)÷2</div> <div>1.732050808</div> |

$\Rightarrow S_{ABC} = 1.732050808... = \sqrt{3} \Rightarrow \text{Chọn A}$

**Ví dụ 2:** Cho  $A(2;-1;6)$ ,  $B(-3;-1;-4)$ ,  $C(5;-1;0)$ ,  $D(1;2;1)$ . Thể tích tứ diện  $ABCD$  bằng

**A.** 30

**B.** 40

**C.** 50

**D.** 60



**Ví dụ 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}. \text{ Tính khoảng cách từ điểm } M(-2;1;-1) \text{ tới } d$$

**A.**  $\frac{5}{3}$

**B.**  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

**C.**  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

**D.**  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

**Lời giải**

Khoảng cách từ  $M$  đến  $d$  tính theo công thức:  $d(M; d) = \frac{|\overrightarrow{MN}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}$

Nhập hai vecto  $\overrightarrow{MN}, \vec{u}_d$  vào máy tính.

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                         | Màn hình hiển thị |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| $\text{MODE } 8 \ 1 \ 1 \ 1 \ = \ ( \ - \ 2 \ ) \ = \ 2$<br>$\ - \ 1 \ = \ - \ 2 \ - \ - \ 1 \ = \ \text{MODE } 8 \ 2$<br>$1 \ 1 \ = \ 2 \ = \ - \ 2 \ =$ |                   |

Tính  $d(M; d) = \frac{|\overrightarrow{MN}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                               | Màn hình hiển thị |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| $\text{ON } \text{SHIFT } \text{hyp } \text{SHIFT } 5 \ 3 \ \times \ \text{SHIFT } 5 \ 4 \ ) \ \div$<br>$\text{SHIFT } \text{hyp } \text{SHIFT } 5 \ 4 \ ) \ =$ |                   |

$\Rightarrow d(M; d) = 2.357022604 = \frac{5\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \text{Chọn D.}$

**Ví dụ 5:** Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng:

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1} \text{ và } d': \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases}$$

**A.**  $\frac{\sqrt{42}}{9}$

**B.**  $\frac{\sqrt{46}}{9}$

**C.**  $\frac{\sqrt{46}}{3}$

**D.**  $\frac{\sqrt{42}}{3}$

**Lời giải**

$M(1; -2; 3) \in d$  và  $d$  có vecto chỉ phương  $\vec{u}_d(1; 1; -1)$ .

$M'(0;1;6) \in d'$  và  $d'$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}'(1;2;3)$

Ta có  $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1;3;3)$ . Hai đường thẳng trên chéo nhau

$$\Rightarrow \text{Khoảng cách cần tìm là } d(d; d') = \frac{|\overrightarrow{MM'} \cdot [\vec{u}, \vec{u}']|}{\|[\vec{u}, \vec{u}']\|}$$

| Quy trình bấm máy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Màn hình hiển thị                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p> <math>\boxed{\text{MODE}} \boxed{8} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{=}</math> <math>\boxed{3} \boxed{=}</math> <math>\boxed{3} \boxed{=}</math> <math>\boxed{\text{MODE}}</math><br/> <math>\boxed{8} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{=}</math> <math>\boxed{1} \boxed{=}</math> <math>\boxed{-} \boxed{1} \boxed{=}</math> <math>\boxed{\text{MODE}}</math> <math>\boxed{8}</math><br/> <math>\boxed{3} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{=}</math> <math>\boxed{2} \boxed{=}</math> <math>\boxed{3} \boxed{=}</math> <math>\boxed{\text{ON}}</math> <math>\boxed{\text{SHIFT}}</math> <math>\boxed{\text{hyp}}</math> <math>\boxed{\text{SHIFT}}</math><br/> <math>\boxed{5} \boxed{3} \boxed{\text{SHIFT}}</math> <math>\boxed{5} \boxed{7} \boxed{(}</math> <math>\boxed{\text{SHIFT}}</math> <math>\boxed{5} \boxed{4} \boxed{\text{SHIFT}}</math> <math>\boxed{5} \boxed{5}</math><br/> <math>\boxed{)} \boxed{)} \boxed{\div}</math> <math>\boxed{\text{SHIFT}}</math> <math>\boxed{\text{hyp}}</math> <math>\boxed{\text{SHIFT}}</math> <math>\boxed{5} \boxed{4} \boxed{\text{SHIFT}}</math> <math>\boxed{5} \boxed{5}</math><br/> <math>\boxed{)} \boxed{=}</math> </p> | <p> <math>\text{VCT}</math> <math>\boxed{\text{Abs(VctA} \cdot \text{(VctBV}}</math><br/> <br/> 2.160246899 </p> |

$$d(d; d') = \frac{|\overrightarrow{MM'} \cdot [\vec{u}, \vec{u}']|}{\|[\vec{u}, \vec{u}']\|} = 2,160246899... = \frac{\sqrt{42}}{3} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$